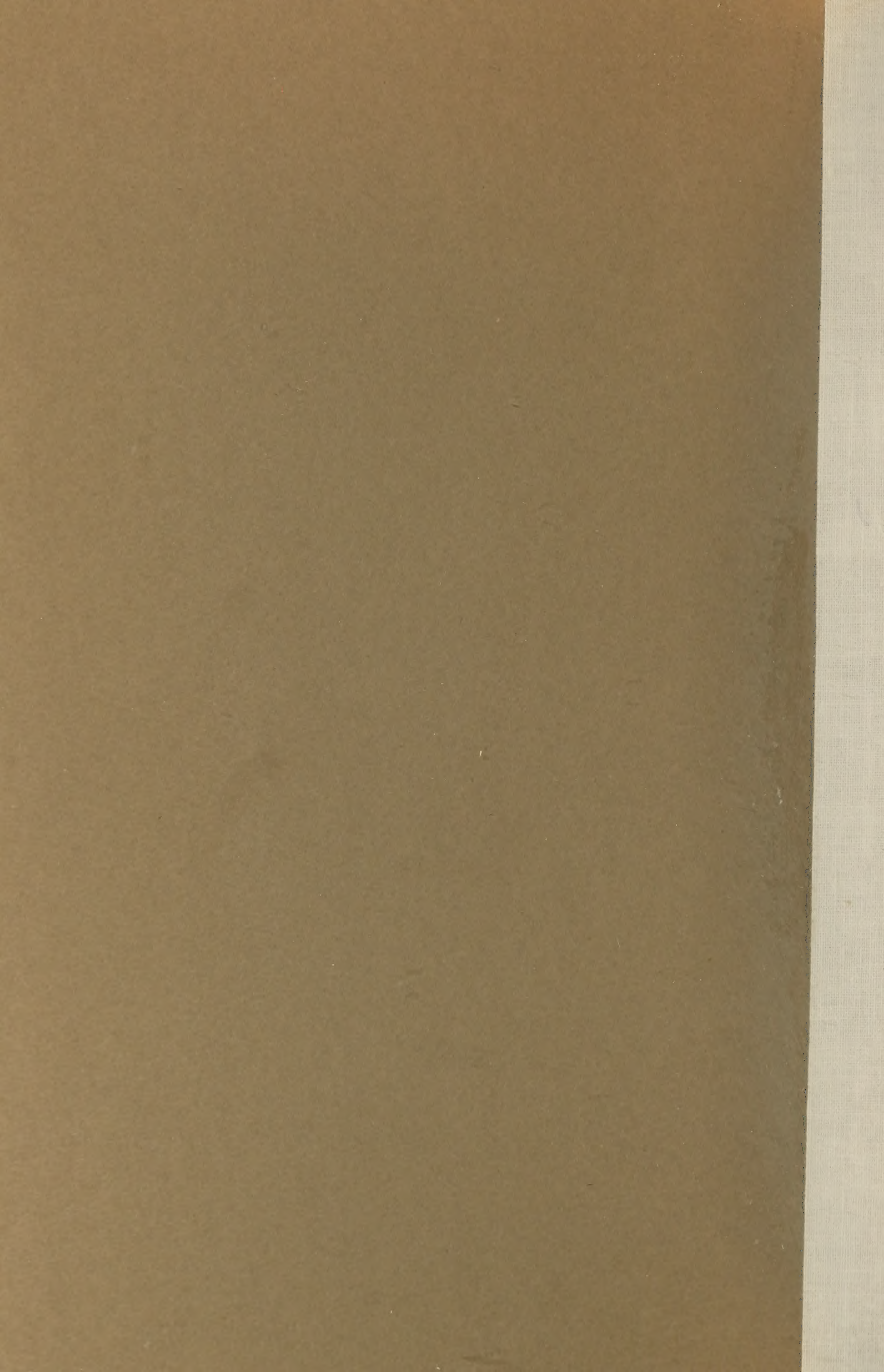
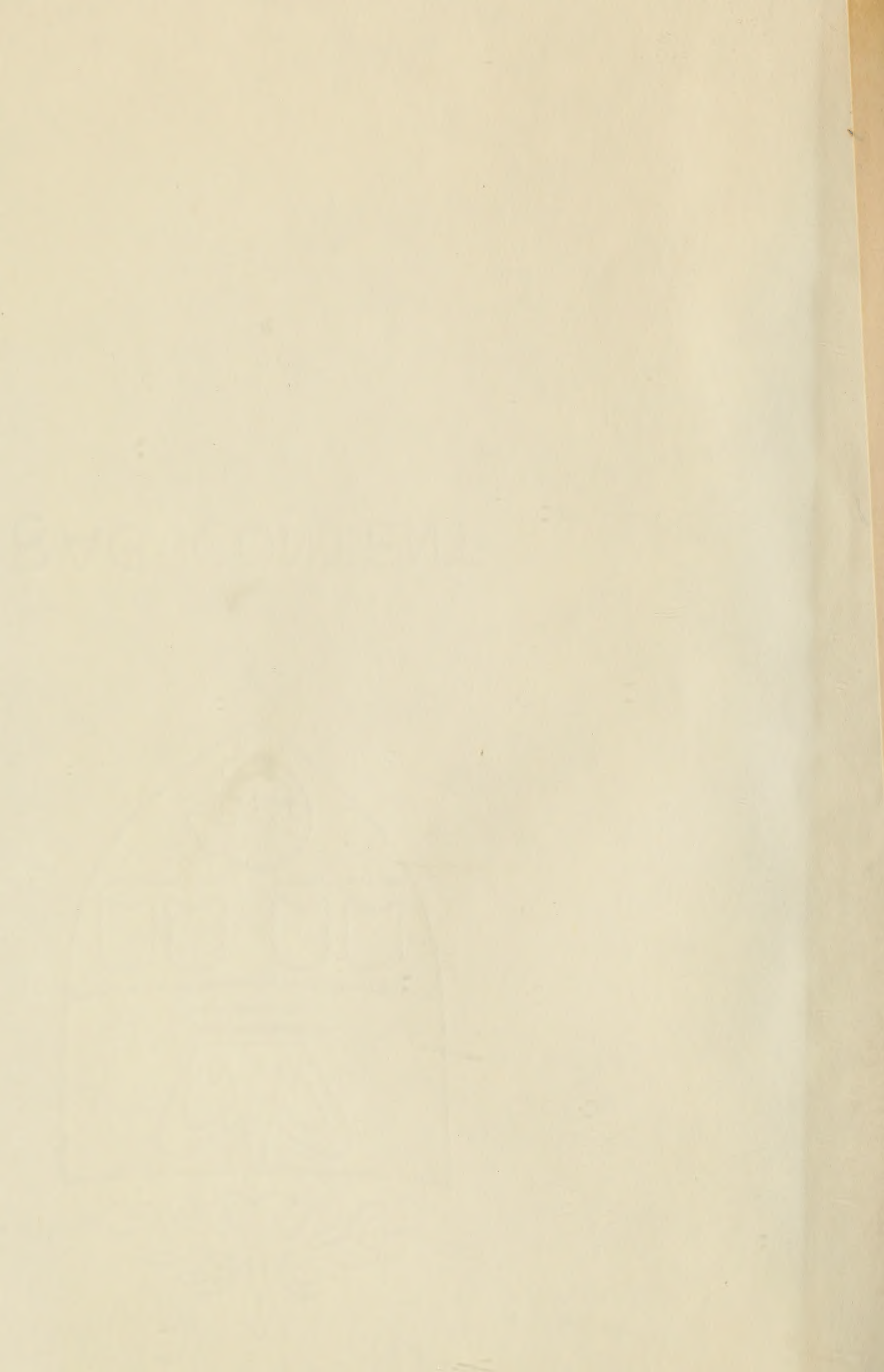


Schanoff, Botju
Die Vorgänge des Rechnens





Die Vorgänge des Rechnens.

(Ein experimenteller Beitrag zur Psychologie des Rechnens.)

(Mit 7 Figuren und 9 Tabellen.)

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt

von der Philosophischen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität

zu Bonn.

Von

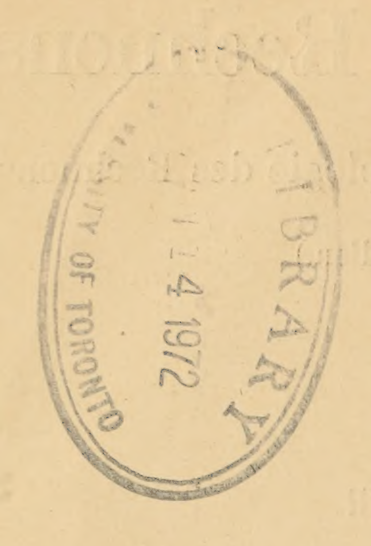
Botju Schanoff

aus Gabrowo (Bulgarien).

Promoviert am 13. Juni 1911.

Leipzig 1911.

Otto Nemnich, Verlagsbuchhandlung.



Berichterstatter: Professor Dr. Külpe.

Mit Genehmigung der Fakultät kommt hier nur der erste Teil der eingereichten Arbeit zum Abdruck. Die ganze Arbeit wird unter dem Titel „Die Vorgänge des Rechnens“ in Pädag. Monographien, herausg. von Meumann, Bd. XI. erscheinen.

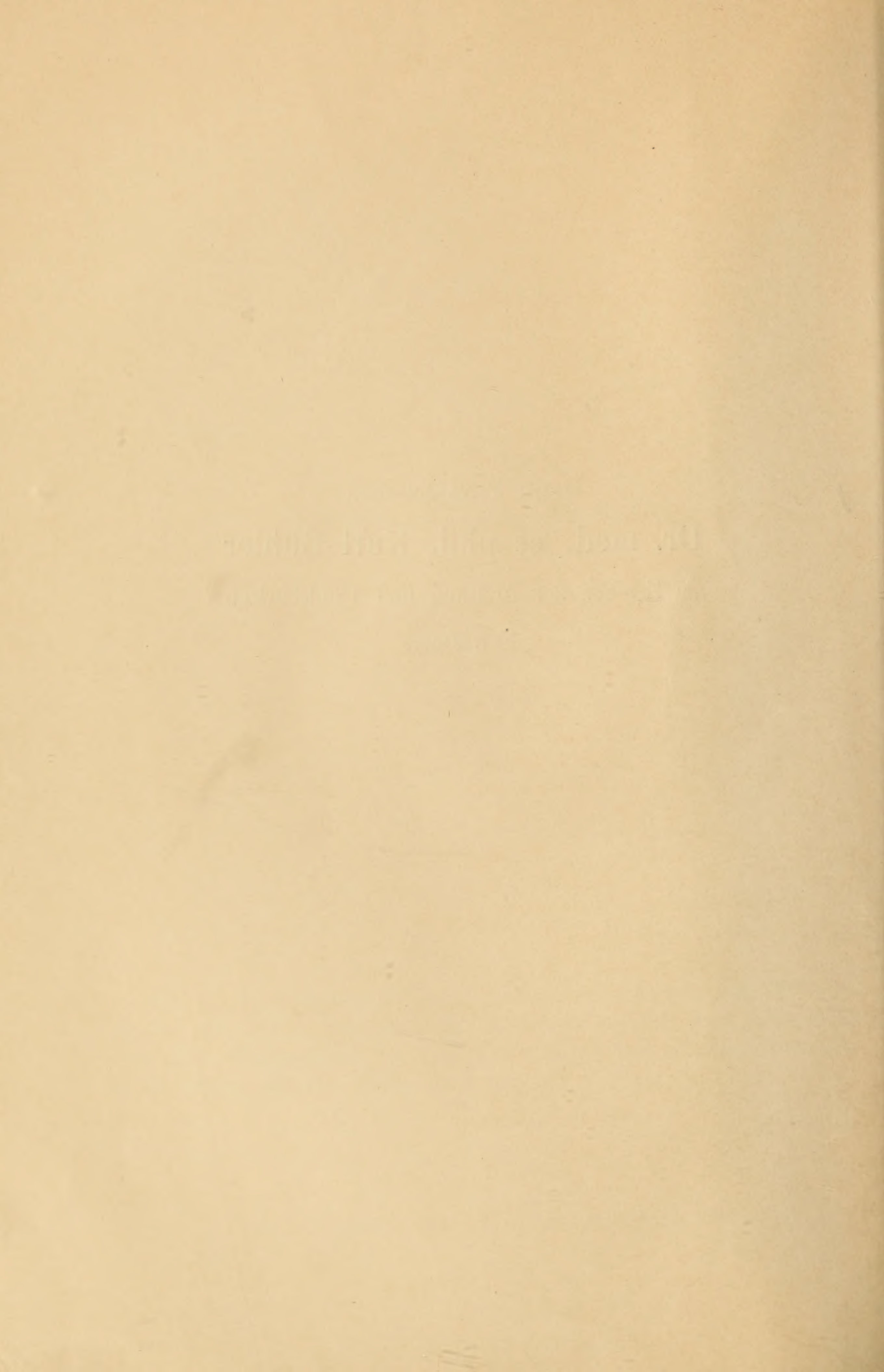
Druck der Univ.-Buchdruckerei von W. Fr. Kästner, Göttingen.

Herrn Privatdozenten

Dr. med. et phil. Karl Bühler

als Zeichen der Achtung und Dankbarkeit

gewidmet.



Inhaltsverzeichnis.

I. Teil.

Kapitel I.

Einleitung.

§. 1. Das Rechnen in den bisherigen experimentell-pädagogischen und experimentell-psychologischen Untersuchungen.

Es waren die Rechenunterrichtsmethodiker, welche sich am meisten für die Psychologie des Rechnens interessiert haben. Sie waren auch die ersten, welche durch das Experiment manche strittigen Fragen im Gebiete des Rechenunterrichts zu entscheiden versuchten. Ausgehend von der Ansicht, daß von der Entscheidung der Frage nach der Entstehung und dem Wesen der Zahl die Gestaltung des grundlegenden Rechenunterrichts abhängig sei, haben die Rechenunterrichtsmethodiker von jeher die Entstehung und das Wesen der Zahl sich klar zu machen gesucht. Es stehen zwei verschiedene Ansichten einander gegenüber: Methodiker[1]) wie Stubba, Hentschel, Böhme, Kehr, Tank, Knilling, Knoche, Klauke und Klein, Lüdemann, Fack, Hartmann sind der Meinung, die Zahl sei ein Produkt des Zählens, dagegen vertreten Beetz, Lay, Göbelbecker, Schneider, Walsemann, Dienstbach die Ansicht, die Zahl gehe zunächst ohne Zählen aus der unmittelbaren Anschauung hervor. Knoche und Rude endlich suchen zwischen beiden Anschauungen zu vermitteln, und sind für das vereinigte Anschauungs- und Zählprinzip im Sinne des sowohl als auch. Aus diesen drei verschiedenen Lehren über den Ursprung des Zahlbewußtseins gehen auch verschiedene Methoden des ersten Rechenunterrichts hervor. Während die Vertreter

1) Siehe Adolf Rude, „Methodik des gesamten Rechenunterrichts“ II. Band, Osterwieck, Harz 1907 S. 273 ff. Auch E. Meumann, „Vorlesungen zur Einführung in die experimentelle Pädagogik u. s. w.“ Band II S. 338 ff. 1907.

der ersteren Ansicht den Kindern die Zahlen hauptsächlich durch das Zählen zu vermitteln suchen, verwenden die der zweiteren verschiedene Anschauungsmittel. Für sie entsteht dann die Frage: Welches sind die geeignetsten Anschauungsmittel? Spezieller: auf welche Sinnesorgane müssen sie wirken, und welches ist die beste Anordnung, d. h. wie sollen diese Mittel angeordnet werden, so daß die Zahlen am leichtesten aufgefaßt und die einfachen Operationen mit ihnen am bequemsten veranschaulicht werden können? Solche Fragen zu beantworten versucht in wesentlich pädagogischem Sinne die erste experimentelle bahnbrechende Arbeit von Dr. W. A. Lay[1]).

Die Experimente, die Lay unternahm, führten zu dem Ergebnis, daß die Zahlvorstellung nicht nur durch Zählen und einfache Anschauungsreihen gebildet werden kann, daß vielmehr die quadratischen Zahlbilder (: : : :) das beste Anschauungsmittel sind zur Erzeugung der „Zahlvorstellung" beim Kinde. Die Untersuchung über die zahlenmäßige Auffassung der zeitlichen Dinge durch Gehör und Gesicht (?) wurden mit Schülern des Kindergartens angestellt in der Weise, daß der Versuchsleiter auf den Tisch oder auf die Tafel 1 bis 4 mal klopfte und dann dieses Klopfen von den Kindern nachmachen ließ. Es zeigte sich, daß schon bei 2, noch mehr bei 3 und 4 Schlägen Fehler eintreten. Die Experimente über die Auffassungsgrenze in der optischen Reihe wurden mit der russischen Rechenmaschine gemacht; 2—6 Kugeln wurden $^{1}/_{48}$—$^{1}/_{120}$ Minute lang zur Auffassung geboten; bei 6 Kugeln war eine durch eine Lücke getrennt. Die große Anzahl der Fehler berechtigt den Autor zu dem allgemeinen Schluß: „Für diese (I.) Schulklasse schließt die Grenze der Auffassung für Kugelreihen die Anzahl 3 noch ein" (S. 80 II. Aufl.). Den von Knilling[2]) gemachten Experimenten, welche gegen die Zahlbilder und für das Zählen zu sprechen schienen, stellte Lay Versuche mit Schülern aus dem Kindergarten entgegen, welchen er die Zahlen nur durch seine quadratischen Zahlbilder resp. Rechenkästchen vermittelte. Er erreichte auf diese Weise, ohne jedes Zählen, gute Resultate, die Kinder konnten leicht, ohne jede Einübung die Zahlen bis 12 auffassen, dem Gedächtnis einprägen, vorstellen und schriftlich darstellen (S. 100). Die weiteren Versuche bezwecken eine Vergleichung der Reihen mit den

---

1) W. A. Ley, „Führer durch den ersten Rechenunterricht; Naturgemäßes Lehrverfahren gegründet auf psychologische Versuche und angeschlossen an die Entwicklungsgeschichte des Rechenunterrichts". Wiesbaden, Nemnich, 1898. III. Auflage als „Führer durch den Rechenunterricht der Unterstufe gegründet auf didaktische Experimente", Otto Nemnich, Leipzig, 1907.

2) Knilling, „Kritik zu W. A. Lay's experimentellen Forschungsergebnissen". Päd.-psych. Studien III. 11, 12. Lay's Entgegnung, ebenda IV 6. 7.

Bornschen Zahlbildern (: : : :) und der Reihen mit den anderen Zahlbildern untereinander. Besondere Versuche wurden dabei angestellt über die Entfernung und Markierung, Größe und Richtung, Form und Helligkeit der Zahlbildelemente, sowie über die Wichtigkeit des Tastsinns. Das Hauptresultat der ganzen Untersuchung ist dies, daß die quadratischen Zahlbilder alle anderen übertreffen. Diesen Ergebnissen gemäß wird der erste Rechenunterricht mit einer Zahlbilderrechenmaschine, mit Rechenkästchen, Rechenlineal etc. durchgeführt. Das weitere Unterrichtsverfahren ist hauptsächlich auf Grund der rechenmethodischen Theorie und Praxis konstruiert und nur hie und da durch die eben beschriebenen Experimente unterstützt.

Die Arbeit Lay's wirkte einerseits auf die Zählmethodiker, anderseits aber auch auf diejenigen Anschauungsmethodiker, welche durch die lange Praxis zu der Ueberzeugung gelangt waren, daß andere Anschauungsmittel beim Unterrichte befriedigende Resultate geleistet haben. Es folgten in den verschiedensten fachmännischen Zeitschriften [1]) Rezensionen und Kritiken, bald aber auch ganze Abhandlungen, die das psychologisch-didaktische Experiment zu Hilfe nahmen und die bestrebt waren, die von Lay gefundenen Resultate zu prüfen, zu bestreiten oder zu bestätigen. So erzählt uns Lay in einem Artikel in der Zeitschrift für experimentelle Pädagogik [2]) und schon im Vorwort der II. Auflage des Führers, daß eine Reihe von Schulmännern in der „deutschen Schulpraxis" sich für die Reihen und das Zählen und gegen die quadratischen Zahlbilder ausgesprochen haben. Teils durch den „Führer", teils auch aus eigner Initiative sind die Arbeiten von Schneider, Walsemann, v. Schéele (Upsala), Grünewald, Herborn, Pfeiffer entstanden, welche dem Zweck und der Methode nach sich kaum von dem Prototypus unterscheiden. Diese Untersuchungen beschäftigen sich hauptsächlich mit der Auffassung der Zahl und sind gewöhnlich an Schulkindern angestellt worden.

Die Schätzung sukzessiv und simultan dargebotener Eindrücke bei Erwachsenen untersuchte im Würzburger psychol. Institut Frl. Nanu [3]).

---

1) Es kommen hier unter andern folgende Zeitschriften in Betracht: 1) Päd.-psychol. Studien; 2) Rheinische Blätter f. Erz. und Unterricht; 3) Der deutsche Schulmann; 4) Zeitschrift f. Päd.-Psychol. usw.; 5) Zeitschrift f. Experim. Päd. Die ersten 3 waren mir nicht zugänglich.

2) „Ueber die Zahlvorstellungen und den grundlegenden Rechenunterricht im Anschluß an alte und neue didaktische Experimente". Exper. Päd. Band I S. 129 ff. 1905.

3) Nanu, „Zur Psychologie der Zahlauffassung". Dissertation, Würzburg 1904.

Etwas früher hatte Schumann[1]) über das Abschätzen gruppierter Eindrücke gearbeitet und Messenger[2]) hat über die Auffassung der Zahl eine Arbeit veröffentlicht.

Die visuellen Erinnerungsbilder beim rechnenden Schulkinde untersuchte der Frankfurter Lehrer Eckhardt mit experimentellen Hilfsmitteln[3]). Eine vielseitigere Untersuchung unter Anwendung neuer Methoden begann der Arzt Dr. Paul Ranschburg[4]). Er wollte folgende Fragen lösen: „a)Wie verhält sich der Umfang der Rechenleistung (Zahl der richtigen Lösungen) zum Alter (Klassenstufe) und zur Befähigungsstufe (Schulzensur)? b) Wie verhält sich die Bestimmtheit (objektive Sicherheit) der Leistung zum Alter und zur Befähigungsstufe? c) Wie verhält sich die Rechendauer zum Alter und zur Befähigungsstufe? d) Wie steht es mit Umfang, Sicherheit, Dauer der Rechenleistung bei den verschiedenen elementaren Rechenarten (erster und zweiter Stufe) innerhalb der einzelnen Alters- und Befähigungsgruppen? e) Ist es auf diese Weise möglich, die Schwierigkeiten der einzelnen Rechenarten und die Reihenfolge derselben a) zu bestimmen, b) zu erklären? f) Ist es möglich den Kanon der Rechenfähigkeit des 6-, 7-, 8-, 9-jährigen Schulkindes für die zum Gegenstande der Untersuchung gewählten Rechenarten des Zehnerzahlenkreises zu bestimmen? g) Wie verhält es sich mit all den oben angeführten Faktoren bei den Schwachbefähigten? h) Wie verhalten sich die Leistungen des schwächsten Rechners unter den Normalen zu den Leistungen der Schwachbefähigten? i) Lassen sich eventuell die gewonnenen Werte zur ersten Diagnose der Rechenbefähigung, event. der Schwachbefähigung verwerten?“ — Wie man aus diesen Fragen ersieht, sind es praktisch-diagnostische Zwecke, die Ranschburg mit dieser Untersuchung erstrebt. In den bis jetzt veröffentlichten zwei Artikeln sind die oben erwähnten Fragen noch nicht vollständig beantwortet.

Während die bisherigen Arbeiten nur einzelne Fragen untersuchen, die mit dem Rechnen etwas zu tun haben, stellte sich Victor Mercante[5])

---

1) Schumann, Zeitschr. für Psych. und Physiol. der Sinnesorgane. Bände 23 u. 24 1900. 1901. S. 1 ff.

2) „The Perception of Number“, Psych. Rev. Mon. Supl. V No. 2, 1903. Auch „Perciption of Number though. Tonch ebenda 4. 1903.

3) Eckhardt, „Zeitschrift für exper. Pädagogik Bd. V 1/2. 1907 S. 1 ff.

4) Ranschburg, „Zur physiol. u. pathologischen Psychologie der elementaren Rechenarten“ Zeitschr. f. exp. Päd. Bd. VII 3/4 1909.

5) Enseñanza de la Aritmetica. Libw. I: „Psycologia de la Aptitud matematica del miño“,390 S. Buenos-Aires, Cabanty Cia 1904 — Libro II: „Cultivo y dessarrollo de la Aptitud matematica del miño“ 726 S. ebenda 1905. Ein ausführliches Referat darüber habe ich in Bd. XV. d. Archiv f. ges. Psycholog. 1909, das auch in d. Zeitschr. f. exp. Päd. Bd. IX S. 288/304 abgedruckt wurde, veröffentlicht.

ein umfassenderes Programm auf; er wollte die ganze Entwicklung und Pflege der mathematischen Fähigkeit des Kindes experimentell untersuchen. So beschäftigt er sich u. a. mit dem Zählen, Lesen und Reproduzieren von Zahlen, dem Kopfrechnen, dem schriftlichen Lösen von Additions-, Subtraktions- und Multiplikationsaufgaben und mit dem Rechnen mit benannten Zahlen. Als Maaßstab benutzten für die rechnerische Fähigkeit bei ihren Untersuchungen Mercante sowie Ranschburg nur die Exaktheit (Richtigkeit) und die Schnelligkeit des Rechnens; beide erheben aber nicht die Frage, wie das Rechnen vor sich geht.

Während die bisher aufgezählten Untersuchungen die Auffassung der Zahlen und das Rechnen hauptsächlich aus praktischen Rücksichten und für die Praxis zu erforschen bestrebt waren, gibt es eine Menge experimentalpsychologische Arbeiten, die mehr oder weniger indirekt auf dieselben Fragen gestoßen sind. So haben Arbeiten über die Gestaltsqualität [1]), Abstraktion [2]), Rhythmus [3]), Gedächtnis [4]) u. s. w. manches Wertvolle über die Auffassung der Zahlen geliefert; die psychometrischen Untersuchungen von Cattell [5]) geben uns Aufschluß über die Zeit, welche für das Lesen von ein- zwei- und dreistelligen Zahlen nötig ist. Und wie oft brauchte und braucht man noch das Rechnen bei der Intelligenzprüfung und den verschiedenen Untersuchungen über die psychische Leistungsfähigkeit gesunder und geistesabnormer Individuen! Man braucht bloß an die Arbeiten aus der Kraepelinschen Schule zu denken, in denen der Einfluß der Uebung, Erholung, Ermüdung und die Wirkung verschiedener Arzneimittel auf die Psyche hauptsächlich durch Auswendiglernen von 12 stelligen Zahlen und Additions- resp. Subtraktionsaufgaben untersucht wurden.

Aus all diesen Arbeiten möchte ich nur das hier kurz berühren, was zu meiner Untersuchung in Beziehung steht. Da kommen vor allem die Arbeiten aus der Kraepelinschen Schule inbetracht, in welcher das Rechnen eine manigfache Anwendung findet. Als eine der zur psychischen Zeitmessung gebrauchten fortlaufenden Arbeits-Methoden schildert Krae-

---

1) Nanu, a. a. O. S. 1 ff.

2) O. Külpe, „Versuche über Abstraktionen“. Bericht über d. I. Kongreß f. exp. Psych. in Giessen, Leipzig 1904 S. 56 ff.

3) R. Mac Dougall, „Rhythm., Time and Number“. Americ. Journ. of Psychology Vol. XIII S. 88 ff. 1902.

4) G. E. Müller, „Bericht über Untersuchungen an einem ungewöhnlichen Gedächtnis“, Bericht ü. d. I. Kongr. f. exp. Psych. in Giessen S. 46 f. 1904.

5) J. W. Keen Cattel. „Psychometrische Untersuchungen“. Philos. Stud. v. Wundt Bd. III u. IV 1886. S. 312 ff.

pelin[1]) „das fortgesetzte Addieren einstelliger Zahlen als eine Arbeit, welche ausschließlich in der Wiedererweckung eingelernter Vorstellungsverbindungen besteht und möglichst bestimmt abgegrenzte psychische Leistungen" liefert. Ueber die Auffassung der Zahlen dabei sagt er folgendes: „dieser Vorgang vollzieht sich so ausschließlich viel schneller, als die Ausführung der Assoziation, daß er die gemessene Dauer der Arbeitsleistung in keiner Weise zu beeinflussen vermag". Ob das ganz richtig ist, darüber werden wir bei der Besprechung der Additionsprozesse einiges zu sagen haben. Das Additionsverfahren ist von Prof. Leo Bürgerstein zuerst angewandt und von Kraepelin, Loser, Friedrich und Ebbinghaus für die Messung der Ermüdung weiter ausgebildet worden. Von Kraepelin's Schülern hat es H. Dehio[2]) angewandt. Er hat eine mittlere Additionszeit für zwei einstellige Zahlen von 900^{σ} ($= \frac{900}{1000}$ Sek.) und bei größerer Uebung von 700^{σ} gefunden. Oehren[3]) benutzte zur Untersuchung des Assoziationsvorganges das Addieren einstelliger Zahlenreihen; 7000 Zahlen wurden so nacheinander in den bekannten Rechenheften geschrieben, daß Wiederholungen in der Aufeinanderfolge nicht vorkamen und Summen von 10 ausgeschlossen waren; die Vp. addierte bis 100 und fing dann wieder von 1 an. Alle 5 Minuten schlug eine Glocke; die Vp. hatte die Anweisung, dies Signal mit einem Strich zu markieren; so war es möglich, die Additionszeit für jedes innerhalb der 5 Min. vorkommende Additionspaar zu berechnen. Oehren fand eine mittlere Additionszeit von $754-1533^{\sigma}$ oder für alle 10 Vp. 1244^{σ}. Auf dieselbe Weise wurde das Additionsverfahren bei verschiedenen Untersuchungen benutzt, so von Kraepelin, Betmann, Hoch und Kraepelin, Rivers und Kraepelin, Weygandt, Haenel, Vogt, Kürz und Kraepelin, Lindley, Oseretzkowsky und Kraepelin, Rüdin, Weygandt, Bolton, Miesemer, Kafemann, Heumann[4]). Eine Abweichung von dieser Art des fortlaufenden Rechnens finden wir bei Amberg[5]) und Loewald[6]), welche dieselben Rechenhefte benutzten, aber „immer nur zwei aufeinanderfolgende Zahlen addierten und die Summe unter Vernachlässigung der

---

1) E. Kraepelin, „Der psycholog. Versuch in der Psychiatrie". Psych. Arb. herausgegeben v. Kraeplin Bd. I S. 14 f. 1896.

2) H. Dehio, „Ueber den Einfluß des Coffeins u. Thees auf die Dauer psych. Vorgänge". Dissertation, Dorpat 1887.

3) Axel Oehren, „Experimentelle Untersuchungen zur Individualpsychologie". Dissertation Dorpat 1889. Auch in Psych. Arb. v. Kraepelin Bd. I, S. 101 u. S. 113 f. 1896.

4) Die Arbeiten dieser Autoren betreffen ganz versch. Gegenstände u. s. veröffentlicht in Bd. I/IV d. Psych. Arb. v. Kraepelin.

5) Emil Amberg, „Ueber den Einfluß von Arbeitspausen auf die geistige Leistungsfähigkeit", ebenda Bd. I, S. 300 ff.

6) Arnold Loewald, „Ueber die Psych. Wirkungen des Broms", ebenda Bd. I, S. 489 ff.

Zehner seitlich zwischen den beiden Summanden mit Bleistift notieren“ ließen. Georg von Voss[1]) versuchte durch die „elektrische Feder“ die Additionsdauer zu bestimmen, indem er die Vp. anwies, nach jeder Addition einen Strich und nach jeden 5 Minuten zwei Striche zu zeichnen; er fand dabei eine Additionszeit von 0,4 bis über 1,2 Sek. Auch Hylan und Kraepelin[2]) benutzten teilweise die elektrische Feder, um die Dauer der einzelnen Additionen zu bestimmen, aber das Verfahren schien ihnen „so ungemein zeitraubend und mühsam, daß es sich immer nur für kleinere Versuchsreihen durchführen läßt“. Außer der Addition wandte Adolf Gross[3]) auch das Subtrahieren an, indem er die Vp. 4 mal von 100 abwärts je 7 zu subtrahieren istruierte. Reis[4]) ließ die Vp. zu 7 fortlaufend 7 addieren, und in gleicher Weise zu 12, 12 (beide je eine Min. hindurch fortgesetzt), dann wurden auch 2 Zahlen aus der Reihe 1—19, unter bestimmten Gesichtspunkten ausgewählt, addiert. Neulich hat der Schularzt Max Oker-Blom[5]) das zur Untersuchung der Ermüdung gebrauchte Additionsverfahren durch eine Modifikation für Massenuntersuchungen brauchbar zu machen versucht. „Es wurde den Schulkindern ein Bogen mit 10 bis 12 nebeneinander gestellten je 10 einstellige Zahlen enthaltenden Stäben vorgelegt. Jeder Stab sollte für sich addiert werden und die entsprechende Summe ohne Zeitverschwendung unter den resp. Stab geschrieben werden; die Stäbe sollten nacheinander addiert, beim Ablauf der verfügbaren Zeit ein Strich unter diejenige Zahl gezogen werden, bis zu welcher die Kinder beim „Halt“ gekommen waren und die entsprechende Summe daneben geschrieben. Die Stäbe enthalten abwechselnd gerade und ungerade Zahlen; die Zahlen 1 und 2 sind vermieden. Die Untersuchungsdauer umfaßte in allen Serien drei Minuten“. Ueber die Anwendung der Rechenmethode bei der Messung der Ermüdung geben eine gute Orientierung D. Gineff[6]) und M. Offner[7]).

---

1) Georg v. Voss, „Ueber die Schwankungen d. geistigen Arbeitsleistung“, ebenda Bd. II, S. 399 ff. 1899.

2) Hylan und Kraepelin, „Ueber die Wirkungen kurzer Arbeitszeiten“, Kraep. Arb. Bd. IV, S. 454 ff. 1904.

3) Adolf Gross, „Zur Psychologie der traumatischen Psychose“, ebenda Bd. II, S. 569 ff. 1899.

4) Reis, „Ueber einfache psychologische Versuche an Gesunden und Geisteskranken“, ebenda Bd. II, S. 587 ff. 1899.

5) Max Oker-Blom, „Untersuchungen über die Entwicklung der geistigen Leistungsfähigkeiten bezw. der Ermüdung im Laufe des Schularbeitstages in den Helsingforser Volksschulen“ Zeitschr. für exp. Päd. Bd. X, S. 71. 1910.

6) D. Gineff, „Prüfung der Methoden zur Messung der geistigen Ermüdung“, Dissertation, Zürich 1899 S. 119 ff.

7) M. Offner, „Die geistige Ermüdung“, Berlin 1910. S. 10.

Von anderen Arbeiten möchte ich hier noch die Arbeit von Victor Urbantschietsch[1]) erwähnen. Bei der Beschreibung der durch Denkvorgänge beeinflußten Erscheinungen im subjektiven Gedächtnisbilde berichtet er auch über die Auflösung von Rechenaufgaben. Im optischen Gedächtnisbilde kann nämlich das in der Vorlage nicht enthaltene Resultat leichter Rechenaufgaben auftreten. So legt er der Vp. Aufgaben vor wie 6 × 6 und im Gedächtnisbild erscheint 6 × 6 = 36; oder 30 × 8 — Gedächtnisbild — 30 × 8 = 240; Vorlage: 14 × 12 — Gedächtnisbild 14 × 12; 14 × 12 = 144; 14 × 12 = 168; Vorlage 18 × 14 — Gedächtnisbild: 18 × 14; 18 × 14 = 140; 18 × 14 = 168; 18 × 14 = 252 usw. Dabei berichtet die Vp., daß sie gar kein willkürliches Rechnen unternommen hat. Nähere Selbstbeobachtungen der Vp. sind aber nicht mitgeteilt worden. Für mich ist nur das Auftreten von optischen Bildern wichtig, die auch bei meinen Vp. oft zu beobachten waren.

Es sei noch auf die Arbeit von Arnett[2]) über das Zählen und Addieren hingewiesen. Das Zählen wurde einmal an optischen Eindrücken untersucht, indem der Vp. Gruppen von Gegenständen in verschiedenem Abstand voneinander vorgelegt wurden, und zweitens sollten Reihen von unregelmäßig wiederholten Eindrücken (Geräuschen) gezählt werden. Es wurde dabei festgestellt, daß man beim Zählen Gruppen bildete und die Tendenz zu rhythmisieren hatte. Die Addition untersuchte er einmal phänomenlogisch indem er der Vp. 15 Kolumnen von je 27 Zahlen zum addieren vorlegte. Nachdem die Vp. fertig war, wurden die Reihen nochmal durchgegangen und die Vp. berichtete, wie sie gerechnet hatte. Am meisten haben die Vp. (zwei an Zahl) Gruppen von je 2—4 Zahlen gebildet, die die Summe 8, 9, 10 oder 11 hatten. Mit Hilfe des Cattellschen Fallphonometers, des Hipp'schen Chronoskops und des Lippenschlüssels hatte Arnett auch die Lesezeit für die Zahlen von 0—12 auf 218—388$^{\sigma}$ für die erste Vp. und auf 255—286$^{\sigma}$ für die zweite Vp. berechnet. Bei derselben Anordnung bestimmte er die Additionszeit zwei einstelligen Zahlen. Es lagen 4/5 von allen Reaktionszeiten bei der I. Vp. zwischen 478- und 579$^{\sigma}$ und bei der zweiten Vp. 3/4 der Reaktionszeiten zwischen 419- und 519$^{\sigma}$. Die Arbeit von Arnett ist sehr kurz und nützt die Resultate nur sehr summarisch aus. Die einfachen Additionsprozesse hat er nicht genügend analysiert.

---

1) Victor Urbantschitsch, „Ueber subjektive optische Anschauungsbilder", Leipzig und Wien 1907, S. 110 ff.

2) Arnett, „Couting and Adding", Americ. Journ. of Psych. Bd. 16 1905.

Endlich müssen auch die Arbeiten von Charcot und Binet[1]) erwähnt werden, welche der Anschauungstypus der Rechenkünstler Inaudi und Diamandi festgestellt haben, sie wurden nachkontrolliert von Meumann, der nachwies, das Diamandi kein rein visueller Typus ist, ferner die Mitteilung G. E. Müllers[2]) über den deutschen Rechenkünstler Dr. Rückle; Kemsies und Grünspan[3]) verglichen Diamandi und Inaudi mit Ferrol und untersuchten den letzten gründlich.

§ 2. Aufgabe und Methode unserer Untersuchung.

Aus unserer Literaturübersicht dürfte hervorgehen, daß weder die aus didaktischen Interessen hervorgegangenen Experimente, noch die mehr gelegentlichen Feststellungen der Psychologen ein einigermaßen ausreichendes Bild von dem geben, was beim Rechnen eigentlich vorgeht. Weder was der Erwachsene, noch was das Kind erlebt, wenn sie rechnen, können wir bis heute befriedigend angeben. Einer Erforschung der Rechenerlebnisse stehen nun prinzipiell zwei Wege offen. Entweder man fängt beim Kinde an, sucht den Werdegang zu verfolgen und so zu verstehen, was wir beim Erwachsenen beobachten können; oder man fängt von oben an und sucht zunächst einmal festzustellen, was der Erwachsene erlebt beim Rechnen und sucht erst dann die Entstehung des fertigen Zustandes zu ergründen. Beides wird sich natürlich schließlich ergänzen müssen, es frägt sich nur, womit man am zweckmäßigsten anfängt. Geht man vom Kinde aus, dann ist man von Anfang an völlig auf die Erschließung der psychologischen Vorgänge aus gewissen äußeren Erscheinungen angewiesen. Geht man dagegen vom Erwachsenen aus, dann kann man zwar anfänglich Gebrauch von der Selbstbeobachtung machen, aber es wird von vornherein zu erwarten sein, daß die durch die häufige Wiederholung derselben Vorgänge hervorgerufene Mechanisierung vieles der Beobachtung ganz oder teilweise wird entzogen haben. Auch wird man erwarten dürfen, manches zu finden, was vor der Hand unerklärt bleiben muß, weil es nur aus dem Entwicklungsgang des Menschen zu verstehen ist. Indes dürften die Vorteile einer präzisen Selbstbeobachtung des Erwachsenen mit großen

---

1) A. Binet, „Notes complémentaires sur M. Jaques Inaudi“, Rev. philos. Bd. 35, S. 106 ff. 1893. J. M. Charcot et A. Binet, „Un calculateur du type visuel“, ebenda S. 590 ff. Auch A. Binet, „Psychologie des grands calculateurs et joueurs d'échecs“, Paris 1894.

2) a. a. O., S. 46 ff.

3) K. Kemsies und A. Grünspan, „Ueber Rechenkünstler“, Zeitschr. f. Päd. Psych. Bd. V, S. 193 ff. 1903.

Uebung manche Nachteile ausgleichen und uns auch gewisse Anhaltspunkte für die Erforschung derselben Prozesse beim Kinde geben.

Von solchen Ueberlegungen ausgehend stellten wir uns die Aufgabe, zunächst das Rechnen bei dem erwachsenen Menschen zu untersuchen, d. h. festzustellen was der Erwachsene beim Rechnen erlebt. Somit bezwecken wir vor allem einen Beitrag zur Psychologie des Rechnens und insoweit die vorliegende Arbeit als eine Einleitung zu der Untersuchung desselben beim Schulkinde angesehen werden kann, bleiben wir auch der Didaktik treu. Den Glauben an die Sicherheit unseres Weges bestärkt ein analoger Fall, den wir bei der Untersuchung des Lesens haben; die Psychologie des Lesens wäre sicher nicht soweit gekommen, wenn nicht die experimentelle Psychologie sich damit befaßt hätte.

Bei der Untersuchung der Frage, was der erwachsene Mensch beim Rechnen erlebt, beschränkten wir uns auf das Kopfrechnen und zwar nur bis hundert, weil man sich in der Regel beim Rechnen über hundert mehr des schriftlichen Rechnens bedient. Wir suchten in einer ersten einleitenden Reihe das Rechnen des alltäglichen Lebens nachzuahmen und wählten deshalb verschieden schwierige Aufgaben mit ein- und zweistelligen Zahlen, aus allen vier Rechenoperationen in gleicher Zahl, in unregelmäßiger Reihenfolge, so daß die Vp. im Einzelfalle nicht wissen konnte, ob jetzt Addition-, Subtraktions-, Multiplikations- oder Divisionsaufgaben kommen würden. Nur selten wurden die Additions- und Multiplikationsaufgaben so gewählt, daß die Resultate über 100 hinausragten. Die Divisionsaufgaben waren so gewählt, daß sie restlos aufgingen; nur ein paar gingen nicht ohne Rest auf. Diese Ausnahmen wurden mit bestimmten Absichten eingeführt. — Wir verfuhren also zuerst analytisch, indem wir nicht mit den einfachsten Rechenprozessen wie etwa Vorwärtszählen, Rückwärtszählen u. s. w. anfingen, sondern erst mit komplizierteren Aufgaben aus deren Analyse sich die einfacheren, weiter zu untersuchenden Operationsprozesse ergaben. Sie zu erforschen, wird Aufgabe eines zweiten Teils dieser Arbeit sein.

In der ersten Reihe waren also Aufgaben folgender Art enthalten: 51 minus 27, 57 dividiert durch 19, 11 × 11, 55 plus 37, 37 × 2, 98 durch 14, 70 minus 27 etc, Der Versuchsleiter sprach die Aufgabe laut und die Vp. war instruiert [1]), langsam zu rechnen und das gefundene Resultat auszusprechen. Danach bekamen wir Aussagen wie die nachstehenden:

Vp. **A.** gab bei der ersten Aufgabe (55 plus 37) in der ersten Versuchsstunde an: „55 optisch vorgestellt, zwei geschriebene 5; 37 sah ich ebenso darunter geschrieben, dann erfaßte ich eine Verwandtschaft, eine Beziehung zwischen 5 und 3 als Zehner und

1) Ueber die Instruktion siehe Seite 15.

8 mit der Bedeutung 80; ich nahm 5 hinzu 85 und sah dann ein Schema, das mir 5 und 7 repräsentierte, d. h. das Ergebnis von 5 + 7 nämlich 12, dann sprach ich aus 92." Bei der zweiten Aufgabe (91 minus 39) der ersten Versuchsstunde: „91 war mir durch ein Schema optisch gegeben (folgt Erläuterung des Schemas), das Minus war beim Hören als eine Richtung nach links gegeben, ins Unbestimmte zunächst; als ich 39 hörte, war mir die Zahl gar nicht optisch symbolisiert; ich hörte dann innerlich 6 als Ergebnis der ersten Subtraktion und ging dann von 61 zurück, wie ich von 11 zurückgehe, kam dabei auf zwei, dann sprach ich aus 52".

Vp. **B.** Aufgabe, 54 plus 39: „Als Sie 54 sagten wurde die Zahl optisch vorgestellt und zwar mit Willensspannung, d. h. die optische Vorstellung kam nicht von selbst, ich war mir bewußt, daß wenn ich mit dieser Zahl 54 etwas anfangen will, ich sie optisch sehen muß; ich kann wohl sagen, daß erst mit dieser optischen Vorstellung 54 überhaupt verstanden wurde, vorher war sie nur ein Klang. Durch die optische Vorstellung wurde der Klang erst zu einem bestimmten Begriff, an dem ich festhalten konnte ohne erneute Anstrengungen. Bei „plus" hatte ich ein leichtes Lustgefühl, aber ich bin nicht so sicher; bei 39 sofort starkes Unlustgefühl, daß die Zahl erheblich hoch wird. Dann eine energische Spannung, eine Trägheit zu überwinden und der Vorsatz damit auszurechnen. Bei der Ausrechnung schien 54 etwas feststehendes, so zusagen die erste Etage auf der sich etwas weiteres aufbaut; das war durch das Bewußtsein, daß es addiert werden soll, gekommen. Die 39 zerfiel in 30 und 9; es war, als ob diese 30 davon sofort in Beziehung trat zu 54 . . . so war 84 entstanden. Dann eine merkliche Pause wobei Unannehmlichkeit, daß 4 und 9 schlecht aufeinander passen. Von 84 dann den 6-Schritt heraufgegangen zu 90 und auf 9 Bezug nehmend, 93 . . ."

Vp. **C.** Aufgabe: 54 plus 39. „So wie Sie mir die Aufgabe sagten, hatte ich sofort ein optisches Bild in einer gewissen Entfernung von mir, etwa so weit (zeigt mit Hand etwa 60 cm vor sich); die Zahlen nicht sehr deutlich, mehr als Andeutung vor mir. Wie das Rechnen begann, hatte ich akustisch vielleicht auch motorisch 9 und 4 gehabt und so stellte sich sofort das Resultat 13 ein, und so kam 73 ohne daß ich auf die andere Zahl, die Zehner, achtete, dann habe ich kontrolliert und da kam mir wiederum optisch, akustisch und motorisch 5 und 3 zum Bewußtsein, und ich wußte dann unmittelbar, daß es falsch sei . . ."

Vp. **D.** 14 × 5: „Ich habe mir die Zahlen leicht, ganz flüchtig vorgestellt und dann gerechnet 4 × 5 und 5 × 10 und die Addition vollzogen." Aufgabe 84 durch 6. „Ich war auf eine Division gefaßt, ich dachte mir, daß so was käme. Dann 84 vorgestellt und 6 nicht sehr beachtet, nicht mit derselben Aufmerksamkeit wie 84. Dann ist mir eingefallen, daß es am leichtesten wäre, wenn man 84 in 60 und 24 teilt; 60 gibt dann 10 und dann gedacht ob 24 durch 6 geteilt, 6 gibt oder 4; 6 schien mir zu viel und mit 4 habe ich gleich 14 gebildet und ausgesprochen."

Vp. **E.** Aufgabe 28 plus 57. „Hier mußte ich die Aufgabe nochmal sagen, ich sagte mir 28 plus 57; und es war mir optisch gegenwärtig, geschrieben. Dann habe ich gerechnet 28 + 50 und dann habe ich aber an 8 und 7 gedacht und dieses 5 einfach angenommen, und dann habe ich die Antwort gesagt . . ." Aufgabe 84 durch 6; die Vp. war etwas abgelenkt . . . „Erst dann eine geraume Zeit nachdem ich die Aufgabe gehört hatte, habe ich die Zahlen wieder gesehen und nicht gerechnet, sondern gleich 14 gesagt." Weiter bemerkt Versuchsperson, sie hätte nur 84 und 6 gesehen, aber kein Divisionszeichen, sie sagte für sich „durch".

Vp. **F.** Aufgabe 66 plus 66. „Die Aufgabe selbst habe ich nicht sofort als eine Multiplikation erkannt; ich habe bereits angefangen zu rechnen, aber nicht etwas be-

stimmtes, sondern nur von 66 aufsteigend und als ich merkte, daß es 2 >< 66 sein sollte, habe ich die Multiplikation ausgeführt und zwar zerlegt 2 >< 60 und 2 >< 6 und dann habe ich noch einen Moment verharrt, ob ich mich nicht um einen Zehner verrechnet habe; die Zahl 132 war lokalisiert und die 66 nicht so sehr. Die Zahl 132 ist also im Schema vorgestellt . . ." Aufgabe 37 >< 2. „37 wurde sehr ausgeprägt lokalisiert und zwar sah ich diesmal vor dem Rechnen oder in der Berechnung selbst, daß man sich auch lokalisiert (in demselben Schema); die Multiplikation wurde durchaus nicht ausgeführt, sondern ich habe es rein auswendig vollzogen ohne zu kontrollieren. 74 war auch lokalisiert aber wesentlich schwächer . . ."

Vp. G. Aufgabe, 14 >< 5: „Ich habe zuerst 14 in ein optisches Bild übersetzt, „mal 5" wurde zusammen aufgefaßt. Da sah ich 5 unter 14 und vollzog die Rechnung Schritt für Schritt, teils optisch, teils motorisch, 5 >< 4, 20, das habe ich unten gestellt und 5 >< 1 und 2 sind 7, und dann habe ich 7 und 0 abgelesen. Ich glaube es ist auch eine motorische Innervation in meiner Hand als ob ich schriebe; auch jetzt, wenn ich die Sache beschreibe . . ." Aufgabe 54 durch 27: „Das habe ich optisch aufgefaßt und sah suerst die 54 und dann als sie „Divided by" sagten, ist meine Aufmerksamkeit optisch rechts gegangen; ich habe gewartet, bis die zweite Zahl kommt; als sie 27 gerufen, sah ich sie rechts wie gewöhnlich bei Division. Die Antwort 2 kam ganz unvermittelt: sobald ich 2 sagte, habe ich sie an den richtigen Platz gestellt, und dann die ganze Sache durchgesehen wie eine Division auf Papier . . ."

Solcher Art sind die Aussagen der ersten einleitenden Versuchsreihe. Eine Analyse derselben ergab die Notwendigkeit die Aufgaben so zu verändern, daß die Vp. der Auffassung der Zahlen und der Operation größere Beachtung schenken sollte. Das glaubten wir zu erreichen, indem die Zahlen und die Operation nach einander geboten wurden und nicht in der gewöhnlichen Reihenfolge also z. B. 57, 19 — Dividieren oder Multiplizieren — 28, 3. Um aber die Rolle, welche die akustischen und optischen Elemente beim Rechnen spielen, auseinander zu halten, haben wir außer der akustischen Darbietung auch eine optische angewandt, so daß insgesamt nacheinander folgende 6 Reihen von Aufgaben dargeboten wurden: a. Akustische Darbietung: 1) ganze Rechenkomplexe, 2) die Zahlen wurden zuerst und dann die Operation, 3) die Operation wurde zuerst und dann die Zahlen dargeboten; B. Optische Darbietung: 4) ganze Komplexe, 5) die Zahlen zuerst und dann die Operation, 6) die Operation zuerst und dann die Zahlen [1]). Es waren also erst die drei akustischen und dann die drei optischen Versuchsreihen dargeboten, bei der Besprechung aber möchte ich die erste nnd vierte Reihe als einleitende Ausgangsversuche zuerst nehmen, weil sie parallel sind und sich ja nur der Darbietung nach unterscheiden, und dann die 2. und 5. und 3. und 6. Reihen als Versuche, welch speziell zur Auffassung der Zahlen resp. der Operation unternommen wurden, auch zusammen betrachten.

1) Siehe auch Tabelle I, S. 13.

Folgende Damen und Herren haben die Güte gehabt sich mir als Vp. zur Verfügung zu stellen; ich spreche ihnen auch hier meinen verbindlichsten Dank aus. Herr Privatdozent Dr. Bühler, Frl. cand. phil., Dr. phil. Cook (Amerika), Herr Dr. phil. Freemann (Amerika), Frl. v. Grot (Vorsteherin des Lehrerinnenseminars in Dorpat), Herr Prof. Külpe, die Herren Pauli (cand. phil.), Ruttmann (Präparandenlehrer), Schneller (stud. theol.), Staehlin (Pfarrer) und Westphal (cand. phil.). Mit den Buchstaben A, B, C . . K bezeichne ich im folgenden meine Vp., wobei die Reihenfolge der Buchstaben nicht der oberen Reihenfolge der Vp. entspricht. Vp. H, F und K haben nur ganz kurze Zeit gearbeitet, deshalb benützte ich ihre Aussagen nur gelegentlich. — Je nach dem wie lange, wie viele Stunden wöchentlich und wie schnell die einzelnen Vp. rechnen konnten, habe ich nicht von allen Vp. die gleiche Anzahl Aufgaben lösen lassen. Aus ähnlichen Gründen, konnte nicht in jeder Stunde die gleiche Anzahl von Aufgaben gelöst werden. Folgende Tabelle zeigt wie viel Aufgaben von jeder der 6 Versuchsreihen und wie viel in jeder Stunde jede Vp. gelöst hat.

Tabelle I.

Vp.	Akustisch						Optisch					
	I (a Oper. b)		II (a, b Oper.)		III (Oper. a, b)		IV (a Oper. b)		V (a, b Oper.)		VI (Oper. a, b)	
	Anzahl d. Aufg.	Anzahl d. Vers. St.	Anzahl d. Aufg.	Anzahl d. Vers. St.	Anzahl d. Aufg.	Anzahl d. Vers. St.	Anzahl d. Aufg.	Anzahl d. Vers. St.	Anzahl d. Aufg.	Anzahl d. Vers. St.	Anzahl d. Aufg.	Anzahl d. Vers. St.
A.	60	7	60	6	60	5	60	10	32	5	32	5
B.	60	10	20	5	20	4	16	3	16	3	16	3
C.	16	2	16	2	16	2	16	2	16	2	16	2
D.	40	5	32	5	32	4	32	3	32	3	32	3
E.	40	4	32	3	32	3	32	4	32	4	32	4
F.	16	2	16	2	16	2	16	2	16	2	16	2
G.	60	9	40	7	32	6	32	6	32	5	32	5
H.	8	1	8	1	12	2	16	2	16	2	16	2
I.	16	2	16	2	16	2	16	2	16	2	16	2
K.	16	3	16	3	16	3	16	3	16	3	16	3
Sa.	332	45	256	36	252	33	252	37	224	31	224	31

1540 Aufgaben in 213 Stunden.

Die Versuche wurden im W.-S. 1908/9 und folgenden S.-S. 1909 im psychologischen Institut der Würzburger Universität ausgeführt. Herrn Privatdozent Dr. Bühler, auf dessen Veranlassung und unter dessen Leitung die Arbeit ausgeführt wurde, und Herrn Prof. Külpe, welche mich während dieser Arbeit reichlich unterstützt haben, möchte ich auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Kapitel II.

Einleitende Versuche.

A. Die akustische Reihe.

§ 3. Anordnung, Instruktion und Zeiten.

Bei der akustischen Darbietung war unsere Anordnung ganz einfach: Versuchsperson und Versuchsleiter saßen am Tisch, gewöhnlich einander gegenüber. Ein Holzklötzchen vor dem Versuchsleiter verhinderte, daß die Vp. es sehen konnte, wenn Versuchsleiter protokollierte oder die Fünftelsekundenuhr in Gang brachte. Der Vp. wurde vor jeder Versuchsstunde folgende Instruktion vorgelesen: „Sie werden eine einfache Aufgabe hören, rechnen Sie bitte langsam und suchen Sie nachher den Prozeß des Berechnens genau zu beschreiben.“ Es wurde dabei noch zweierlei erklärt: a) daß die Aufgabe aus ganzen Zahlen besteht und sich in der Regel im Gebiete des ersten Hunderts bewegt und b) daß unter „Langsam Rechnen“ nicht absichtlich langsam verstanden werden soll, sondern nicht absichtlich schnell, wie das gewöhnlich beim Kopfrechnen der Fall ist. Durch die ersten paar Versuche wurden Art und Beschaffenheit der Aufgaben noch klarer gemacht. Zuerst wurde ein Signal durch das Wort „jetzt“ gegeben und nach einer Sekunde die Aufgabe deutlich ausgesprochen[1]. Die Vp. sollte das Resultat laut aussprechen sobald Sie es fertig hatte. Die Aussagen habe ich wörtlich stenographiert und nachdem die Vp. damit fertig war, habe ich über Undeutlichkeiten in der Aussage, sowie über Punkte, über die die Vp. nichts mitteilte, vorsichtig nachgefragt.

Die Reaktionszeit, d. h. die von dem Zeitpunkt, wo die ganze Aufgabe gesagt war, bis zu dem Zeitpunkt, in welchem die Vp. das

1) Miss Cook und Mr. Dr. Freeman bekamen die Zahlen auf englisch gesagt, rechneten und sprachen das Resultat auch auf englisch.

Resultat auszusprechen begann, verflossene Zeit wurde durch eine Fünftelsekundenuhr gemessen und beansprucht selbstverständlich nur die dadurch erreichbare Genauigkeit. Die richtige Reaktionszeit ist eigentlich nicht durch diese Zeitmomente, wie wir sie hier angeben, begrenzt; man könnte denken es wäre richtiger, wenn die Zeit vom Beginn des Sagens gerechnet wäre und nicht nachdem die ganze Aufgabe geboten war, weil gleich mit dem Anhören resp. Verstehen einer Zahl, wenn die Absicht zu rechnen besteht, und das ist hier der Fall, nachdem man die oben erwähnte Instruktion gehört hat, sich verschiedene Operationen einstellen können, die immer maßgebend für die Reaktionszeit, wie auch für den ganzen Prozeßverlauf sein können. Allein es kommt hier noch viel anderes in Betracht, was die richtige Reaktionszeit beeinträchtigt, z. B. wie der Versuchsleiter beim Darbieten der Aufgabe spricht, d. h. ob immer gleich schnell oder nicht, ob gewisse Zahlen mehr betont werden usw.; dann wie sich die Vp. in der Vorbereitungsperiode verhalten hat, ob sie gewisse Zahlen gegenwärtig gehabt, ob gewisse Operationen bevorzugt u. a. m. Es ist ja eine bekannte Tatsache, daß bei allen Reaktionsversuchen die Schwierigkeit besteht, die richtige Reaktionszeit zu bestimmen, und in unseren Versuchen ist diese Schwierigkeit noch größer, weil Sie ihre Quelle in Versuchsleiter, Vp. und sonstigen Umständen, wie Anordnung, der Aufgaben, Genauigkeit des Messens u. a. m. hat. Wir sind der Meinung, daß die Reaktionszeiten, wie genau sie auch gerechnet sind, für sich selbst nur eine geringe Bedeutung und Verwertung finden können, wenn nicht möglichst ausführliche Angaben der Vp. vorliegen, die uns erläutern, worin eine verhältnismäßig längere oder kürzere Reaktionszeit ihren Grund hat. Wir haben die Zeiten trotzdem gemessen, weil gewisse große Unterschiede der Mittelwerte, die über die Fehlergrenze hinausreichen, uns doch manches zu sagen vermögen. Genauere Zeitmessungen führen wir bei den einfacheren Aufgaben durch, wo die Reaktionszeiten ein Charakteristikum sein können (siehe II. Teil).

Unsere Tabelle II vergleicht die mittleren Reaktionszeiten für die schwierigsten Additions- und Subtraktionsaufgaben und für alle Multiplikationen und Divisionen. Die nicht ohne Rest aufgehenden Divisionsaufgaben sind hier nicht berücksichtigt worden. Wie die M. V. zeigt, ist die Streuung bei allen Operationen ziemlich groß. Der Grund dafür liegt darin, daß in jeder Gruppe verschieden schwierige Aufgaben vorkommen. Im Durchschnitt scheint die Addition weniger Zeit zu brauchen als die Subtraktion und die Multiplikation weniger als die Division. Nur bei der Vp. E. ist die mittlere Reaktionszeit für die Subtraktion kleiner als die für Addition, und nur bei der Vp. E. und G. sind die Reaktionszeiten für die Multiplikation größer als für die Division.

Tabelle II. Rechenzeiten a, O, b (akustisch).

Vp.	Addition			Subtraktion			Multiplikation			Division		
	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.
A.	15	4,57	1,90	15	6,36	2,04	12	3,13	0,62	15	4,76	2,39
D.	10	4,72	1,10	10	5,95	2,55	8	3,00	0,66	10	3,26	2,30
E.	10	5,60	2,66	8	4,93	1,29	8	1,62	0,42	8	1,07	0,49
G.	10	3,15	0,84	12	3,27	0,81	12	2,46	0,96	12	2,29	1,47

n bedeutet die Anzahl der Versuche, A. M. das arithmetische Mittel und M. V. die mittlere Variation.

§ 4. Die Vorperiode.

Durch das Signalwort „jetzt“, durch das Darbieten der Aufgabe und durch das Aussprechen des Resultates ist der ganze Prozeßverlauf in drei Phasen zerlegt: 1) Die Zeit vom Signal bis zur der Darbietung ersten Zahl, ist die Vorperiode. 2) Die Darbietung und Lösung der Aufgabe bis zur Angabe des Resultates ist die Hauptperiode. 3) Die Zeit, nachdem die Vp. das Resultat ausgesprochen hat und die Erlebnisse erzählt, ist die Nachperiode. Diese Phasenzerlegung wurde den ungeübten Vp. klargelegt, damit sie bei der Beschreibung des Erlebten eine gewisse Ordnung inne hielten und die einfacheren Prozesse, die sich in den einzelnen Phasen abspielen, klarer gegeneinander absonderten.

Im allgemeinen ist das Verhalten aller Vp. in der Vorperiode ziemlich ähnlich, indem alle gespannte Aufmerksamkeit mit Erwarten angeben, doch sind die Individualitäten auch hier deutlich zu unterscheiden.

Die Vp. **A.** verhält sich sehr einheitlich; sie beschreibt die Vorperiode als gewöhnliche Bewußtseinslage der gespannten Aufmerksamkeit, des Erwartens, des Bereitseins zur Auffassung, zur Ausführung einer gewissen ihr geläufigen Tätigkeit. Eine willkürliche Variierung der Vorperiode (von $^1/_2$ Sek. bis 2 Sek.), welche ich gelegentlich vornahm, wurde von dieser Vp. nicht besonders als störend oder befördernd empfunden.

Anders steht es mit der Vp. **B.** Sie bemerkte oft, die Vorperiode sei ihr zu kurz gewesen und sie habe sich nicht gut vorbereiten können, oder es habe die Vorperiode lange gedauert und da hätten sich die Auffassung störende Gedanken eingestellt. Eben diese Aussagen haben mich auf den Gedanken gebracht, die Länge der Vorperiode zu variieren; dabei ergab sich, daß nicht nur die absolute Zeitdauer der Vorperiode eine

Rolle gespielt hatte, sondern auch die spezifischen Tagesdispositionen und daß auch die früheren Erlebnisse von Wichtigkeit sind. Ueberhaupt war die Vp. anfangs sehr ängstlich, ob die ihr dargebotene Aufgabe leicht oder schwer sein werde, ob die Berechnungsweise sich von selbst einstellen werde oder ob man „stumpfsinnig“ rechnen müsse usw. Diese Angst machte sich besonders in den ersten Tagen geltend. Bei den weiteren Versuchen hat die Vp. B. in der Vorperiode sich manchmal etwas vorgenommen, wie etwa die Zahlen auf eine besondere Art aufzufassen (optisch oder akustisch in der Stimme des Versuchsleiters) oder sie machte sich einen gewissen Teil der Zahlenreihe präsent. Als ich bei manchen normalen Reaktionen die Vp. fragte, was sie in der Vorperiode erlebt hatte, sagte sie gewöhnlich: „es ist eine Spannung, dabei ein Uebersehen der Zahlenreihe, ein Hineinversetzen in dieselbe“. Das scheint wirklich eine günstige Einstellung bei dieser Vp. zu sein, denn, wenn sie durch Selbstbeobachtung oder zufällige spezifische Einstellung gestört wurde, hat sie sich immer dadurch geholfen daß sie sich die Zahlenreihe vergegenwärtigte. Jedenfalls ist die Vorperiode bei der Vp. B. nicht nur eine passive Bewußtseinslage wie bei der Vp. A., sondern immer eine gewisse Tätigkeit; die Vp. ist aktiv und wenn diese Aktivität mit der nachfolgenden Aufgabe im Einklang steht, wird eine Erleichterung gespürt, wenn nicht, dann kommt gewöhnlich eine Ueberraschung mit einem Unlustgefühl verbunden, was in der Regel die Reaktionszeit verlängert und auch sonst störend auf den Verlauf des Rechnens einwirkt. Natürlich sind hier die Bezeichnungen passiv und aktiv nur relativ zu verstehen. Denn die Bewußtseinslage des Erwartens, der gespannten Aufmerksamkeit enthält auch eine gewisse, wenn auch nur ganz unbestimmte Vorwegnahme dessen, was kommen sollte. Es besteht ja eine Bereitschaft, etwas nicht ganz Unbekanntes aufzufassen und etwas Geläufiges auszuführen. Der Unterschied ist wohl so noch besser zu charakterisieren: Die Vp. A. hat die nötige Energie etwas auszuführen, behält aber diese Energie latent, bis die ausführende Tätigkeit durch die Aufgabe näher bestimmt wird; die Vp. B. dagegen geht von einer Möglichkeit zur andern, indem sie sich gewisse Operationen vornimmt, gewisse Zahlen näher in Bereitschaft stellt usw.; deswegen sagen wir, daß die Einstellung der Vp. A. relativ passiv und die der Vp. B. relativ aktiv ist. Wir können auch feststellen, daß die Einstellung der Vp. A. abstrakter und die der Vp. B. konkreter ist; dies Konkretsein wird durch verschiedene optische, sprach-motorische und sonstige sinnliche Elemente charakterisiert.

Ganz ähnlich wie bei A. ist das Verhalten in der Vorperiode der Vp. C. und G. Sie beschreiben es als allgemeine „Spannung“, als „geringe

allgemeine Spannung“ und „Erwartung“. Als das Signalwort gegeben wurde, machte die Vp. C. gewöhnlich die Augen zu, damit sie ungestört sei und empfing alle Aufgaben mit der gleichen Bereitschaft. Die Vp. D. gab anfangs als charakteristisches Erlebnis in der Vorperiode ein „Spannungsgefühl“ an. In den ersten Versuchsstunden kamen auch speziellere Erlebnisse vor, so sagte sie: z. B. bei dem zweiten Versuche „in der Vorperiode habe ich gedacht, es kann Multiplikation kommen“, bei dem vierten: „ich dachte mir, jetzt käme Division“. In den ersten drei Versuchsstunden gab sie weiter an „momentane Spannung als Gefühl“. Während der vierten und fünften Versuchsstunde aber trat eine charakteristische Erscheinung auf. So sagte sie: beim zweiten Versuch der vierten Versuchsstunde „In der Vorperiode stand mir die Zahl 24 vor den Augen; warum, weiß ich nicht“. Bei dem vierten Versuch derselben Stunde: „In der Vorperiode mußte ich an 48 denken; ich weiß nicht warum“ und ähnliche Angaben kehren ziemlich regelmäßig wieder. Anfangs waren es immer verschiedene Zahlen, die nicht lange in Erinnerung blieben; in der nächsten Versuchsstunde aber kamen vier mal nacheinander dieselben Zahlen (5 und 25) während der Vorperiode zum Bewußtsein, ohne daß sie dabei eine merkliche Rolle gespielt hätten. Die Vp. konnte auch nicht angeben, wie im einzelnen Fall diese Zahlen im Bewußtsein repräsentiert waren; sie konnte sie konstatieren als Inhalte, die von selbst kommen, vermochte aber nie ein Reproduktionsmotiv dafür anzugeben.

Auch die Vp. **E.** und **F.** zeigten nicht immer ein einheitliches Verhalten während der Vorperiode; sie gaben auch ähnliche Erlebnisse an wie die Vp. B. Es seien hier manche Aussagen mitgeteilt: Vp. E. 1. Versuch: „Spannung während der Vorperiode“. 2. Versuch: „Ich dachte an eine Addition, Ueberraschung als Multiplikation kam“. 17. Versuch: „Ich dachte an eine Addition in der Vorperiode“. Auf Befragen sagte sie: „Es war eine Stimmung für Addition mehr gefühlsmäßig und nicht willkürlich“. 18. Versuch: „In der Vorperiode war ich nur aufs Rechnen eingestellt“. 19. Versuch: „Ich war eingestellt auf eine Multiplikation“ (die vorige war eine solche). 36. Versuch, die Vp. bemerkt allgemein: „In der Vorperiode habe ich immer ein Schlucken, das mich vorbereitet auf die Antwort und, wenn das nicht vorkommt, verzögert sich die Antwort“. — Vp. F. 1. Versuch: „In der Vorperiode war ich auf eine Addition gefaßt und mußte mich davon losmachen, um die Zahlen auffassen zu können. 4. Versuch: „In der Vorperiode habe ich diesmal gar nichts erlebt nur erwartet“. 6. Versuch: „Ich war abgelenkt durch bestimmte Gedanken“. 8. Versuch: „Während der Vorperiode war ich vollständig gespannt, kein ablenkender Eindruck“. 10.

Versuch: „In der Vorperiode hatte ich diesmal ein gewisses Gefühl der Freude, daß jetzt sicher eine angenehme Aufgabe kommt, Erwartung auf etwas Neues“ (die vorige Aufgabe war eine nicht aufgehende Division). 12. Versuch: „In der Vorperiode hatte ich einen bewußten Willensimpuls der dahin ging, daß ich mich konzentriere“.

Die Versuchspersonen **H.**, **I.**, **K.** waren unerfahren in psychologischen Versuchen, haben sich aber sehr einheitlich verhalten und gaben nur „gespannte Aufmerksamkeit“ und „Erwartung“ als gewöhnliches Verhalten in der Vorperiode an. Sie waren anfangs etwas ängstlich, was man an ihrem Verhalten bemerken konnte, haben sich aber bald den Versuchen angepaßt.

Wenn wir nun zusammenfassen, so dürften sich wohl drei verschiedene Verhaltungsweisen in der Vorperiode unterscheiden lassen: 1) „normales“ Verhalten, wenn die Vp. mit gespannter Aufmerksamkeit wartet; 2) im Spezifizieren begriffenes Verhalten, wenn der Vp. verschiedene Bewußtseinsinhalte auftauchen, aber wieder verschwinden ohne eine ganz bestimmte Richtung des Erwartens hervorgerufen zu haben und 3) Verhalten mit spezifischer Einstellung, wo bestimmte Bewußtseinsinhalte verharren und mit einer bestimmten Richtung des Erwartens verknüpft sind. Diese spezifische Einstellung ist von großem Einfluß auf die Auffassung und Lösung der kommenden Aufgabe. Als ein Uebergang von der zweiten zur dritten Verhaltungsweise kann der Fall angesehen werden, wo nicht eine bestimmte Einstellung vorliegt, doch aber das, was kommt, als nicht erwartet angesehen wird. So sagt z. B. die Vp. E. gelegentlich: „Ich dachte an Addition, war aber nicht bestimmt eingestellt“ oder noch deutlicher: „In der Vorperiode war ich nicht auf eine Subtraktion eingestellt, auch nicht auf eine bestimmte andere Operation, doch Division oder Multiplikation stünden mir näher“. Aehnliche Angaben treffen wir auch bei der Vp. B. „In der Vorperiode war ich nicht besonders eingestellt, aber natürlicher wären mir größere Zahlen gewesen“. Auch bei Vp. D. und F. finden wir Aussagen die auf eine nicht direkt erwartete aber doch „natürlichere“ Operation hindeuten. Bemerkenswert ist dabei, daß in der Regel die als natürlicher angesehene Operation unmittelbar vorher da war. Aehnlich wie die Vp. B. haben auch die Vp. F. und G. manchmal Zahlen der höheren oder niedrigeren Regionen bevorzugt. Das erklärt sich dadurch, daß diese drei Vp. besondere Schemata für die Zahlen haben und daß sie auch während des Protokollgebens auf eine bestimmte Stelle im Schema bezogen sind. Diese Stelle bleibt noch im Bewußtsein wirksam, während die Zahlen der nächsten Aufgabe aufgefaßt werden. Die Vp. muß dann von der ersten Stelle auf eine andere übergehen.

Aus diesen Angaben kann man ersehen, daß die Spezifizierung der Einstellung in der Vorperiode zwei Richtungen annehmen kann, nämlich der Operation nach und der Zahlengröße nach. Sie klären uns aber noch auf über die Ursachen der verschiedenen Einstellungen, indem sie zeigen, daß die unmittelbar vorausgegangenen Erlebnisse daran beteiligt sind. Es handelt sich in vielen dieser Fälle um Perseverationen in verschiedener Richtung. Anderes bleibt aber noch ungeklärt. Die individuellen Unterschiede sind hier außerordentlich groß. Diese kurze Analyse der Aussagen über die Vorperiode schienen mir notwendig, weil die weiteren Erlebnisse in der Hauptperiode, also die Auffassung und Lösung der Aufgabe, sowie die Reaktionszeit von den Erlebnissen der Vorperiode beeinflußt werden und dadurch eine Erläuterung finden können.

§ 5. Die Hauptperiode.

I. Allgemeines.

Die Hauptperiode, wie wir sie oben S. 17 umgrenzt haben, wurde von einer Vp. anfangs in die Zeit der Darbietung der Aufgabe und in die Zeit des Berechnens geteilt, und jenes als zweite Vorperiode, dieses als Hauptperiode im engeren Sinne bezeichnet. Ob eine solche Unterscheidung berechtigt ist, sollen uns die Angaben der einzelnen Vp. zeigen.

Versuchsperson **A**. I. Aufgabe der II. Versuchsstunde. 3 × 17. „Die 17 habe ich gesehen, dann wollte ich gleich mit der Antwort herausplatzen (51). Wie mir das kam, kann ich näher nicht angeben. Dann habe ich mich besonnen, weil mir die Instruktion einfiel, ‚langsam rechnen‘ und habe dann ausgerechnet 3 × 10 und 3 × 7, ohne formuliertes Sprechen, d. h. ohne Sätze innerlich zu sprechen. An akustischen Wortvorstellungen kam mir 10 dabei und 3 × 7, 21; das Schlußresultat war mir bewußt mittels eines optischen Symbols, ich sah 1 neben den Zehnerstrich, das repräsentierte mir 51“ (2,4″). Aufgabe 84 durch 6. „Ich hörte es, einen Moment Pause, Reproduzieren in Ihrer Stimme, es kommt das Bewußtsein, eine neue Aufgabe zu haben (es gingen unmittelbar nacheinander zwei Multiplikationen voran). Das kann ich nicht näher beschreiben, das ist zu kompliziert. Dann suchte ich die Zahl, um die 84 über 60 herausragt. Ich fand sie mit Hilfe eines optischen Schemas, indem ich 60 abschnitt, wegdachte. Der Rest war weder optisch noch akustisch symbolisiert, ich hatte ihn aber. Ich wartete dann einen Moment und hörte als Resultat der vollzogenen Division 4. Dazu setzte ich 10 akustisch . . .“ (5.6″). Aufgabe 40 minus 21. „Ich habe es gehört ohne etwas zu sehen. Dann habe ich gewartet mit dem Bewußtsein, daß es leicht ist, von selbst kommt. Ich hatte einen Bewußtseinzustand, den ich so ausdrücken könnte: um 1 verschieden von 20; dabei war 20 nicht im Bewußtsein gegeben. Es war nur als das gedacht, was übrig bleibt bei einer bestimmten Operation . . . — Dann habe ich noch einen Moment gewartet, weil es nicht klar war in welcher Richtung um 1 verschieden. Plötzlich ging mir die Richtung auf, als Richtung rückwärts oder anders beschrieben, als weiter in derselben Richtung in der man von 40 aus zu 20 kommt. Klar bewußt war dieses Moment des Weitergehens. Dann hörte ich innerlich 19. Das kam mir als das Erwartete, als das schon Intendierte. Ich sprach es aus mit dem Bewußtsein der Richtigkeit . . .“ (2.4″). —

Vp. B. Aufgabe 71 minus 47. „Bei 1 gedacht, es käme 21; dann durch 70 etwas unangenehm überrascht. Bei „minus“ das Bewußtsein, daß es etwas Neues ist, und das Bewußtsein, daß es ganz interessant ist. Bei 47 dann starke Unlust. Das war klar, daß es an die 71 von unten heranzuschieben sei, aber ich fand immer mehr, daß es schlecht paßt. Es wurde dann nicht bis zum Ende ausgeführt aber doch in Bereitschaft gesetzt 71 — 40 etc.

Vp. C. Aufgabe 71 minus 47. „Ganz ähnlich wie das erstemal eine gewisse optische Projektion vorhanden, dann wurden die Einer zuerst und dann die Zehner vorgenommen, ich hatte zwar innerlich gesprochen: 7 aus 11, aber das Resultat 4 nicht gesprochen und dann bei den Zehnern habe ich mir überlegt, was für Ziffern vorhanden sind und dann gerechnet. Es war länger als das erstemal, ich glaube aber fehlerlos . . .“ (3,2″). Aufgabe 14 × 5. „Hier war das optische Phänomen so gut wie gar nicht merklich, dagegen Erinnerung daran, daß mir das bekannt war (Bekanntheitsqualität) und dann einfach akustisch-motorisch das Resultat antizipiert, dann sprach ich es aus. Hier war ein wirkliches Rechnen gar nicht vorhanden nur eine Erinnerung an das Einmaleins . . .“ (2,4″). Aufgabe, 51 plus 39. „Auch hier trat das Optische mehr zurück, es war nur noch eine Andeutung des Optischen. Da hatte ich zunächst die Tendenz 89 zu bilden, dann aber schaute ich 9 und 1 übereinander und hatte ein optisches Bild und ich wußte, daß es 90 gibt . . .“ (2″).

Vp. D. Aufgabe 54 plus 39. „Ich habe mir zuerst die Zahlen klar gemacht, die ich mit sehr großer Aufmerksamkeit vernommen habe, und dann 50 und 30 zusammen addiert, 80 bekommen, dann 13 noch gefunden, indem ich dachte: 1 weniger als 4 und dann habe ich sofort 93 gesagt. Ich hatte die optischen Bilder von einzelnen Zahlen 30, 18, 13 . . .“ (6″). Aufgabe, 71 — 47. „Ich war im Moment etwas stutzig, es schien mir nicht ganz einfach, dann aber habe ich 40 von 70 abgezogen. Nachdem das geschehen war, von 31 noch 7 und 24 ausgesprochen. Das war ganz schnell und nicht sicher, aber als ich das aussprach, habe ich mir gedacht, es ist wohl richtig . . .“ (4,4″). Aufgabe 87 minus 30. „Ich mußte wieder vorher an 25 denken. Und bei 87 — 30, wie ich das gehört habe, dachte ich: das ist ganz einfach und es ist mir gleich eingefallen: 8 — 3 gibt 5 und da habe ich 57 ausgesprochen . . .“ (1,4″).

Vp. E. Aufgabe 72 minus 40. „Als ich 72 hörte, ein Gefühl der Freude und mit 40 noch mehr, dann habe ich 32 gesagt und gleich nachher geschrieben gesehen. Auch das Klangbild von 40 war wirksam“ (1,6″). Aufgabe 43 × 3. „Die Zahl 43 fesselte mich und bevor Sie „mal 3“ sagten, habe ich die Zahl 43 in 40 und 3 zerlegt und alsdann ‚mal 3‘ kam habe ich gleich 129 gesagt; es war nur ein Ueberschauen . . .“ (2″). Aufgabe, 23 mal 3. „Die Aufgnbe war sehr deutlich geschrieben vor mir, auch das Resultat war sehr deutlich geschrieben und ich durfte es bloß ablesen . . .“ (1,4). —

Vp. F. Aufgabe 52 durch 17. „Die Zahl 52 war lokalisiert, sobald ich sie aufgenommen hatte. Wie ich die Zahl 17 aufgenommen hatte als Division, kam mir ins Bewußtsein, daß diese Division nicht ohne Rest ausführbar ist. Dann ein Gedanke, daß in der Nähe von 52 eine Zahl vorkommt, die mit 17 aufgeht, ich habe 51 als diese Zahl erkannt . . .“ (3,2″).

Vp. G. Aufgabe 28 plus 57. „28 optisch aufgefaßt und sogar 2 und 8 nacheinander; „plus“ habe ich nicht für sich aufgefaßt, wohl aber mit 57, das ich auch Ziffer für Ziffer auffaßte. Die Rechnung ging dann Schritt für Schritt durch Ablesen: 7 und 8 sind 15 und 5 + 1 + 2 sind 8; das Optische spielte eine große Rolle, aber das Akustisch-motorische auch. Dann nachdem ich die Rechnung durchgemacht hatte, war ein Moment der Verwirrung, bis ich die Zahl ablas; ich hatte eine Tendenz mit 5 anzu-

fangen“ . . . (4,8″). Aufgabe 55 plus 37. „55 wurde optisch im Schema gesehen, ‚plus‘ für sich aufgefaßt hauptsächlich als optische Richtung der Aufmerksamkeit nach oben; 37 optisch gesehen auch im Schema, aber nicht sehr weit von 55. Dann sagte ich sprach-motorisch 7 + 5 ist 12 und sah 2 dann unten. Dann sah ich die 5 und 3 an; teils optisch, teils sprach-motorisch, laß ich 3 ab, dann 4 gesagt und dann 9 gesagt als Resultat von 5 und 4 . . . Dann abgelesen 90 und 2 (ninety two)“ (3,4″).

Diese und die auf S. 10 ff. zitierten Protokolle enthalten nur einen kleinen Teil von der großen Anzahl Angaben die uns zur Verfügung stehen, dürften aber im allgemeinen genügen, um den Charakter der Verhaltungsweise der einzelnen Vp. in der Hauptperiode zu demonstrieren. Es begegnet uns hier eine große Mannigfaltigkeit von Erlebnissen, bestimmt einerseits von der Verschiedenheit der dargebotenen Aufgaben und anderseits von der Verschiedenheit der einzelnen Vp. doch tritt eins sofort deutlich zu Tage: durch die ganze Hauptperiode hindurch macht sich ein Bestreben[1]) zu rechnen geltend; und das ist es ja auch, was an erster Stelle die Instruktion verlangt. Charakteristisch für dieses Bestreben ist das, daß es nur wirksam ist und in der Regel keines besonderen bewußten Impulses für seine Wirksamkeit bedarf (keines Entschlusses zu rechnen). Nur die Vp. B. machte manchmal Aussagen, die auf das Vorhandensein eines Entschlusses hindeuteten. So sagt sie einmal, nachdem sie die Aufgabe aufgefaßt hatte: „energische Spannung, eine Trägheit zu überwinden und damit Vorsatz auszurechnen“. Weiter berichtet sie aber: „es war ein Gefühl von energischer Anspannung, eine Trägheit zu überwinden und hierin lag der Vorsatz zu rechnen, aber als selbstständiger Akt kann ich es nicht ansehen“. Ein wirklicher Willensimpuls liegt vor bei derselben Vp. in Fällen, wo sie sich, nachdem sie einen schwierigen Teilprozeß ausgeführt hatte, damit begnügte zu konstatieren, daß die Schwierigkeit überwunden sei und sie dann pausierte bis ihr das Bewußtsein kam: „ich muß weiter rechnen“; darauf fährt sie dann fort.

---

1) Watt und Messer sprechen von der Aufgabe. Messer sagt von dieser Aufgabe, daß sie zuletzt selbst nicht mehr im Bewußtsein ist und doch wirkt. Ich behalte nur das Wort Aufgabe für die Rechenaufgaben vor und will dem Ausdruck „Bestreben zu rechnen“ allgemeinere Bedeutung geben, indem ich diese Tätigkeit nicht spezifiziere als Bestreben zu addieren oder subtrahieren usw., obwohl sie in ihrer weiteren Entfaltung sich spezifiziert. Das allgemeine Bestreben zu rechnen kommt hauptsächlich von der Instruktion und das spezielle Bestreben zu addieren oder zu multiplizieren vom Verstehen des dargebotenen Operationskomplexes. Unser Bestreben entspricht der Ach'schen determinierenden Tendenz. Siehe Messer, Experim. psych. Unters. über das Denken. Archiv f. d. ges. Ps. Bd. 8, S. 208. — H. Watt, Experimentelle Beiträge zu einer Theorie des Denkens, Ibid. Bd. 4, S. 420 u. 429 ff. — N. Ach, „Ueber die Willenstätigkeit und das Denken, Göttingen 1905, S. 220 ff.

Es ist ja instruktionsgemäß, daß ein Bestreben zu rechnen die Hauptperiode beherrscht; nur ist dies Bestreben von der Instruktion gar nicht näher determiniert weder der Art nach noch der Zeit nach, d. h. es ist nicht bestimmt: 1) was für eine Operation zu vollziehen ist und 2) in welchem Moment der Hauptperiode es sich wirksam zeigen soll, ob gleich von Anfang an oder erst, nachdem die ganze Aufgabe aufgefaßt ist. Die Protokolle zeigen uns, wie dies Bestreben sich in dieser doppelten Hinsicht weiter determiniert. In einzelnen Fällen kam schon in der Vorperiode eine spezifische Einstellung zur Geltung, manchmal hat auch das Rechnen begonnen, bevor die ganze Aufgabe dargeboten war. Diese spezifische Einstellung in der Vorperiode haben wir schon besprochen (S. 20 f.). In der Hauptperiode nun beginnt schon mit der Auffassung eine Spezifizierung des Gebotenen. Sie macht sich vielfach in besonderen Erlebnissen im Bewußtsein der Vp. geltend. So haben die Vp. A., C., E., G. z. B. oft angegeben, daß mit „plus“ und „mal“ eine optische Richtung nach oben, vorne oder links, bei „minus“ und „durch“ dagegen die umgekehrte Richtung gegeben war. Auch das Bewußtsein der Leichtigkeit oder Schwierigkeit der Aufgabe tritt manchmal schon da ein und ist oft lust- oder unlustbetont. Objektiv aber kommt die Spezifizierung des Bestrebens zu rechnen dadurch zum Ausdruck, daß nun gerade die zur Lösung der speziellen Aufgabe nötigen Prozesse eintreten. In vielen Fällen geht diese Lösung glatt und auf den kürzesten Wege vonstatten; manchmal treten aber auch Hindernisse auf, die umgangen werden müssen, oder stellen sich verzögernde Zwischenprozesse ein. So berichtet Vp. E. bei 79 minus 38: „Als ich die Zahl 79 von Ihnen hörte, da dachte ich daran, sie zu zerlegen, es kam mir aber der Gedanke: das ist Primzahl“. Bei 52 : 17: „Als ich die Zahl 52 hörte, da dachte ich unbedingt an 13 und 4“. Bei 85 : 17: „Ich habe bei 85 an 17 und 5 gedacht, aber auch in Zusammenhang mit der vorhergehenden Aufgabe an 84 und dann an 14 und 12, auch 81 war im Bewußtsein“. Vp. F. bei 98 : 14: „Wie das ‚durch‘ verstanden wurde, tauchte die Frage auf, ob überhaupt 98 teilbar ist“. All das wird uns später noch weiter beschäftigen. Vorläufig können wir die Vorgänge der Hauptperiode einteilen in: a) Auffassung des Gebotenen, b) Ausrechnen und c) Aussprechen des Resultates. Und wir dürfen hinzufügen: alle diese Prozesse stehen unter der Einwirkung einer doppelten Determinierung: 1) jenes allgemeinen Bestrebens zu rechnen. 2) der spezielleren Determinierung, die manchmal schon von der spezifischen Einstellung in der Vorperiode, in erster Linie aber vvn dem Verstehen der Operationskopula in der Hauptperiode herrührt.

2. Die Auffassung des Gebotenen.

Unter Auffassung verstehe ich dasjenige Vernehmen des Gebotenen, was auch mit einem Verstehen verbunden ist; denn es gibt Fälle, in denen aus irgend welchen Gründen die Aufgabe vernommen aber nicht verstanden war. Außer der Wirkung der Instruktion, welche, wie erwähnt, sich hauptsächlich in einem „Bestreben zu rechnen“ geltend macht, und außer den Erlebnissen in der Vorperiode, kommt für die Auffassung der Aufgabe noch etwas drittes in Betracht. Das liegt in der Art des akustischen Darbietens. Wir haben hier nicht nur eine Silbe oder nur ein Wort, sondern einen ganzen Wortkomplex, dessen Darbietung naturgemäß nur sukzessiv erfolgen kann und diese Sukzession bringt es mit sich, daß dem Verstehen eine größere Variabilität zukommt. Es können die einzelnen Glieder des dargebotenen Exempels isoliert und sukzessiv aufgefaßt werden, wofür z. B. die Vp. G. eine Neigung zeigte, indem sie extremerweise sogar die Einer und Zehner der ersten zweistelligen Zahl besonders für sich auffaßte und die Operationskopula und die Einer und Zehner der zweiten Zahl auch getrennt für sich. Das soll selbstredend nicht sagen, daß keine Beziehung zwischen den einzeln aufgefaßten Gliedern vorhanden war, sondern nur, daß jedes Einzelglied seinen Besonderheiten nach für sich relativ isoliert von den anderen fixiert und seiner Bedeutung entsprechend an besonderer Stelle angeordnet war. Es können aber auch die Exempelbestandteile gruppenweise aufgefaßt werden, indem die Kopula mit der ersten resp. zweiten Zahl zusammen aufgefaßt wird. Solche Fälle zeigen außer der Vp. G. noch die Vp. B., E., F. und K. Und endlich kann der dargebotene Komplex als etwas Ganzes aufgefaßt werden, was gewöhnlich der Fall ist bei den einfachen Multiplikationen. Die Sukzession des Darbietens fordert also nicht unbedingt eine Sukzession der Auffassung. Das zeigt der dritte Fall, nämlich die verhältnismäßig simultane Auffassung. Es kommen hier noch andere Umstände in Betracht: 1) Die relative Schnelligkeit des Darbietens; je schneller die Aufgabe dargeboten wird, desto größer ist die Aussicht, daß eine simultane Auffassung erfolgt und umgekehrt, 2) die relative Leichtigkeit resp. Schwierigkeit der gebotenen Aufgabe, 3) das passive oder aktive Verhalten seitens der Vp.; je aktiver sich die Vp. gegenüber dem Kommenden verhält, (siehe S. 24 ff.) desto wahrscheinlicher ist auch die sukzessive Auffassung. Spezielle Versuche über diese besondere Frage habe ich nicht angestellt, suchte nur beim Darbieten möglichst dieselbe Schnelligkeit zu bewahren, wobei das Leitmotiv war, möglichst verständlich zu sein.

Die optischen Elemente, Schemata.

Wenn wir die Protokollangaben betrachten (S. 10 ff., 21 ff.), und die Aussagen über die Auffassung des Gebotenen herausgreifen, so fällt es uns vor allem auf: 1) daß die Aussagen aller Vp. nicht besonders reichlich sind, die Vp. D. z. B. spricht sehr selten davon, 2) daß sie sich hauptsächlich auf die erste Zahl und selten auf die Operationskopula und die zweite Zahl beziehen. Wir können aber einen Unterschied zwischen den ersteren und späteren Aufgaben und zwar in Bezug auf die das Auffassen begleitenden Bewußtseinsinhalte feststellen. Die optischen Begleitelemente werden von allen Vp. anfangs entschieden häufiger angegeben als später. Das dürfte nicht zufällig sein, sondern darauf beruhen, daß jene Bewußtseinsinhalte mit dem Fortschreiten der Versuche tatsächlich immer seltener wurden. Die Vp. gaben das auf Befragen vielfach selbst an.

Was sind das nun für Begleiterscheinungen? — Die Vp. **A.** beschreibt dreierlei optische Elemente beim Auffassen des Gebotenen: 1) Manche Zahlen, gewöhnlich die erste, werden „optisch gesehen" in geschriebenen Ziffern, deren Deutlichkeit nach Angaben der Vp. sehr variabel ist. 2) Eine Zahl wird als Punkt auf einer geradlinigen Strecke repräsentiert, veranschaulicht, markiert. Wie weit diese Strecke wirklich sinnlich vorgestellt wird, und wie weit die ganze Sache nur ein Wissen von einer solchen Strecke ist, vermochte die Vp. nicht immer zu entscheiden; jedenfalls, daß etwas lineares im Raume, eine lineare Größe vorliegt, können wir nicht bezweifeln. 3) Ebenfalls optischen Charakter tragen die Richtungen, über welche die Vp. beim Verstehen der Operationskopula berichtet: bei „plus" und „mal" eine Richtung nach oben oder rechts und bei „minus" und „durch" nach unten oder links. Am häufigsten kam die erste Art von optischen Elementen und am seltensten die zweite vor, merkwürdig ist es aber, daß gegen das Ende einer jeden Versuchsstunde und gegen Ende der Versuchsreihe alle drei Anschauungselemente so gut wie ganz verschwunden waren.

Was nun das optische Schema der Vp. A. anbelangt, so ist es nicht immer ganz deutlich und gleich ausgeprägt und kommt verhältnismäßig seltener vor. Bei der Aufgabe 91 — 39 sagte die Vp.: „91 war mir durch ein Schema optisch gegeben. Es war ein Strich der 100 markierte, davor ein Zehnerstrich (90) und eins vorwärts". Zur Veranschaulichung zeichnete sie auf eine Horizontale eine stärkere Vertikale als 100, ungefähr 2 cm links davon eine schwächere Vertikale als 90 und daneben rechts eine kleine, starke Vertikale als 91. Bei der Aufgabe 29 $\times$ 3 war die 29 auch in einem ähnlichen Schema repräsentiert, nur

stand dieses vertikal, ein kurzer horizontaler Strich markierte 30 und darunter war 29 in Ziffern gesehen. Die Vp. bemerkte aber hier, daß sie in Wirklichkeit keine Striche und Punkte sehe „alles das ist nur Symbol“, meinte sie. Wie es auch sein mag an diesem Schema konstatieren wir, 1) daß die Zehnerstellen deutlicher sind, 2) daß die größeren Zahlen nach oben oder rechts gehen und 3) daß die Zahlen auch durch Ziffern im Schema repräsentiert werden können. Außer zur Repräsentation der Zahlen dient das Schema auch zur Ausführung gewisser Operationen, so wurde in der Aufgabe 84 : 6 die erste Zahl in 60 und 24 zerlegt mit Hilfe des optischen Schemas, in dem von der im Schema repräsentierten Zahl 84 die Zahl 24 rechts „amputiert“ wurde.

Während bei der Vp. A. die optischen Bilder von selbst kommen, sagte die Vp. **B**. anfangs, sie hätte ihre optischen Vorstellungen selbst hervorzurufen gesucht; weiterhin berichtete sie spontan nur selten darüber, aber sie versicherte, es seien immer manche da. Ihre Zahlen sieht sie geschrieben „wie ein Lehrer schreibt“, von einem Hintergrund weiß sie nichts zu sagen. Die erste Zahl ist gewöhnlich sehr deutlich und die anderen nur noch flüchtig vorhanden. Auch bei dieser Vp. kommt die zweite Veranschaulichungsart vor, nur ist sie bei ihr entschieden ausgeprägter und viel konstanter ausgebildet. Die Vp. verfügt für jede Zahlenoperation über ein eigenes Zahlenschema, das sie gelegentlich in der Form der Figur 1 zeichnete. Als die Vp. ihr Schema gezeichnet vor

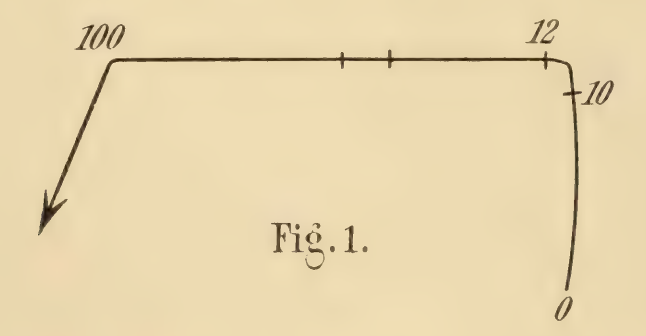


Fig. 1.

sich hatte, sagte sie, sie könne es kaum wiedererkennen, weil sie es nie gezeichnet gesehen, es seien in Wirklichkeit keine Linien, keine Punkte auch die Größe sei nicht konstant. Die Stellen für 0, 10, 12, 50 und 100, sowie für 20, 30 etc. sind deutlicher als die für die dazwischen liegenden Zahlen, und von den letzten sind deutlicher die Stellen für die Hälfte eines jeden Zehners und dessen vorher und nachher folgenden Zahlen, also die mit 1, 5 und 9 in der Einerstelle. Die verschiedenen Teile des Schema können verschieden klar sein, verschiedene Stellung zur Vp. haben und verschieden groß sein; es ist also nichts Stabiles

und Dauerhaftes. Die Zahlen werden in diesem Schema „festgelegt“ d. h. gedacht, sie können aber dort auch in Ziffern repräsentiert gesehen oder nur als Stellen markiert werden. Während die optischen Ziffern eine gewisse Willenstätigkeit seitens der Vp. verlangen, ist das optische Schema mehr selbstverstänlich und unbeabsichtigt vorhanden. Außerhalb des Schemas kommen optische Bilder vor entweder, wenn eine Störung in der Vorperiode vorlag und die Zahlenreihe nicht gegenwärtig war, oder wenn die erste Zahl schon im Schema liegt und die zweite solcher Art ist, daß sie sehr weit von ihr im Schema liegen müßte. In der Regel wird von zwei Zahlen die größere im Schema festgelegt; wenn kleine Zahlen mit einer größeren zusammen gegeben werden, finden sie keine ausgesprochene Lokalisation im Schema. Das klare Gegenwärtigsein im Schema hängt hauptsächlich mit der Vorperiode zusammen, wo die gewöhnliche Vorbereitung eine Vergegenwärtigung, ein Ueberschauen der Zahlenreihe zu sein pflegt. Aber von Bedeutung für die Klarheit des einen oder anderen Teils des Schemas, d. h. ob die Zahlen oberhalb oder unterhalb einer festgelegten Zahl mehr in Bereitschaft sind, ist auch die jeweilige Operation. Bei Additionen z. B. sind die oberen und bei Subtraktionen nur, und zwar ausgesprochen nur die unteren Partien in Bereitschaft. Noch eine Besonderheit weist die Vp. B. auf; sie sah bei manchen Zahlen ausgeprägte Farben und Helligkeiten, so bei 54 : 27. „Bei 54 hatte ich eine Mischung von rot (4) und blau (5), 2 ist weiß und 7 blau aber anders wie 5, 7 ist in dem Fall heller. 54 hatte einen sehr dunklen Charakter. 27 war weiß und blau“. Das Resultat bei 14 × 5 war stark optisch gegeben 7 blau und 0 ganz weiß. Die Vp. konnte übrigens nicht sicher sagen, ob die Zahlen wirklich farbig waren oder ob nur Farbenvorstellungen mit den Zahlen assoziert waren. Dieser Besonderheit nachzugehen und sie gründlicher zu prüfen, lag nicht in den Grenzen meiner Arbeit.

Die Vp. **F.** berichtete fast regelmäßig von optischen Bildern bei dem Verstehen des Dargebotenen; sie konnte aber nicht sagen, ob sie geschrieben oder gedruckt sind. Sie meinte, sie wären nicht in einer bestimmten Schrift. Aber auch bei dieser Vp. spielte die Hauptrolle bei der Veranschaulichung ein optisches Schema, eine „topographische Anordnung der Zahlen“. So sagte sie bei der Aufgabe 51 — 27: „Die Zahlen mußte ich lokalisieren (im Schema); 50 und 30 waren zwei Punkte und ich schwankte einen Augenblick, ob 20 oder 40 dazwischen liegt. Weiter beschrieb sie ihre topographische Anordnung als eine geometrische Figur auf einer ansteigenden Ebene mit mehreren Richtungsänderungen und verschiedenen Krümmungen, welche ihrerseits ziemlich biegsam sind. Ueber Größe, Hintergrund und Lage konnte die Vp.

nichts Bestimmtes aussagen; später sagte sie einmal, daß das Schema sich so verändern kann, daß auch die Vp. selbst irgend einen Platz in ihm nimmt. „Die Zahlen sind eigentlich nicht die Punkte selbst, auch nicht als Ziffern dort lokalisiert, sondern nur durch die Stellen dort repräsentiert“. Die beiden Zeichnungen, welche uns die Vp. am 6. Mai und am 15. Juli entworfen hat, stimmen im Wesentlichen überein. Das am 15. Juli entworfene Bild (Fig. 2 b) unterscheidet sich von dem am 6. Mai

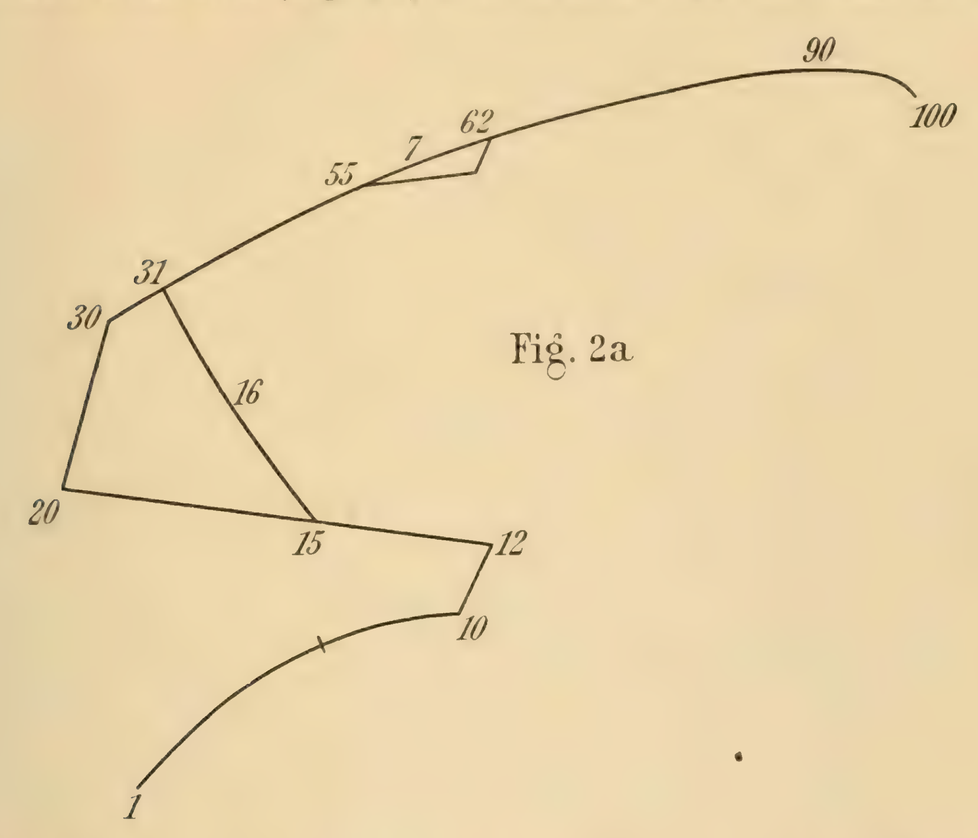


Fig. 2a

(Figur 2 a) nur dadurch, daß die Strecken 0—10 und 30—90 nicht so konvex und einander parallel sind, wie sie am 6. Mai beschrieben wurden, und dann noch dadurch, daß die Krümmungen bei 10, 20, 25 und 90 etwas deutlicher hervortreten. Aus den Aussagen ließ sich noch entnehmen, daß das Schema später immer noch im Hintergrund bereit lag und, daß nicht alle Zahlen in ihm gedacht wurden. Es ist wie bei der Vp. A., daß die Zahl entweder durch Ziffern oder aber nur durch einen Punkt, eine Stelle im Schema repräsentiert wird. Sie kann aber auch außerhalb des Schemas in Ziffern optisch vorgestellt werden. Die erste Zahl wird öfter lokalisiert als die zweite nur ist es hier etwas regelmäßiger. Bei Addition und Subtraktion sind fast immer beide Zahlen im Schema gedacht, bei Divisionen fast immer nur die erstere und bei der Multiplikation nur selten eine von den beiden. Auch im Bezug auf die Stabilität ist das Schema der Vp. F. präziser; es konnte auch leicht mit einem

Blick umfaßt werden, doch erfuhr es in manchen Operationen gewisse Modifikationen. So war bei der Aufgabe 15 + 16, 15 an die richtige Stelle lokalisiert und ebenso das Resultat; 16 wurde dann als Verbindungslinie zwischen 15 und 31 gelegt (Fig. 2 a). Bei einer Teiloperation 55 + 7 = 62, die in einer größeren Aufgabe vorkam, war die 7 die lange Seite eines stumpfwinckligen Dreiecks, an dessen spitzen Winkeln die Zahlen 55 und 62 lokalisiert waren (Fig. 2 a).

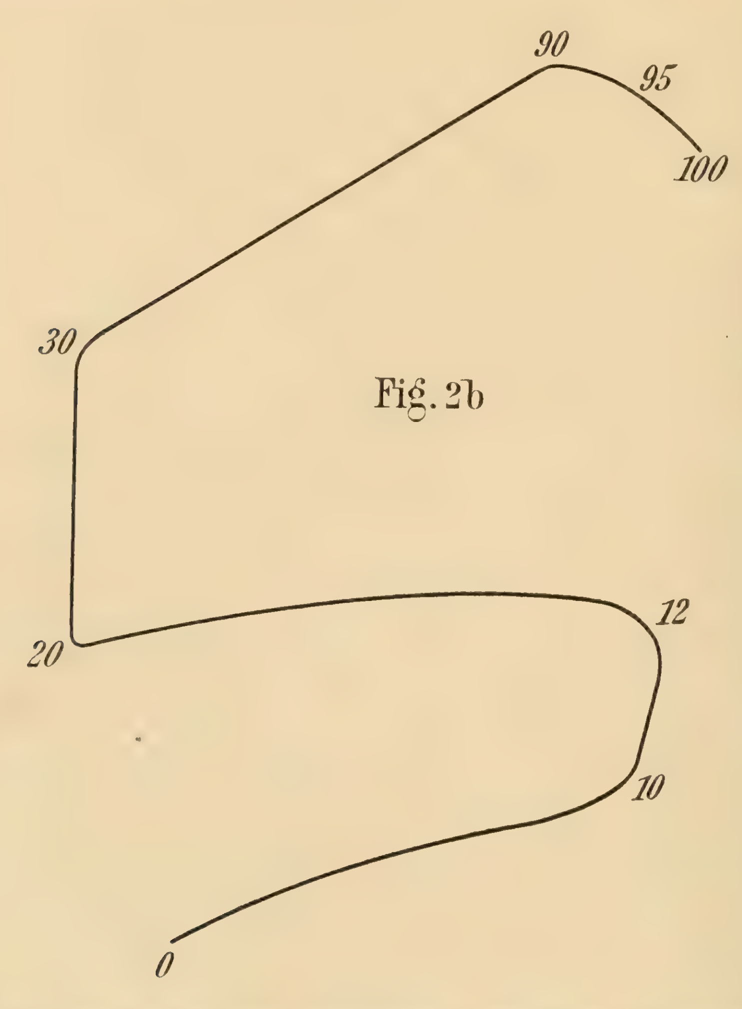


Fig. 2b

Die Vp. G. beschrieb am häufigsten optische Elemente beim Auffassen des Gebotenen. Die Zahlen wurden gleich in's Optische übersetzt oft Ziffer für Ziffer und waren so deutlich, daß sie sie ablesen konnte, sogar nach einer verhältnismäßig langen Zeit noch konnte sie dieselben beliebig anordnen, gerade wie die Operation es verlangte. Die Zahlen sind schwarz und sind geschrieben mit der Hand, „ich glaube, es sind meine eigenen Zahlen. Die Stellen für die einzelnen Zahlen einer jeden Operation sind so, wie ich sie in der Schule gelernt habe“. Die Operationszeichen sieht die Vp. gewöhnlich nicht, hat aber die entsprechende Richtung nach oben oder unten bei dem Verstehen der Operationskopula. Das

hängt davon ab, daß das Schema bei dieser Vp. beinahe ganz vertikal ist (Fig. 3 a u. 3 b). Sie beschrieb das Schema als ganz beständiges und immer gebrauchtes Hilfsmittel der Anschauung; es liegt in einer vertikalen Ebene, manchmal aber scheint es in verschiedenen Ebenen zu liegen (darum diese punktierte Strecken zwischen 25 und 30 und 40—50).

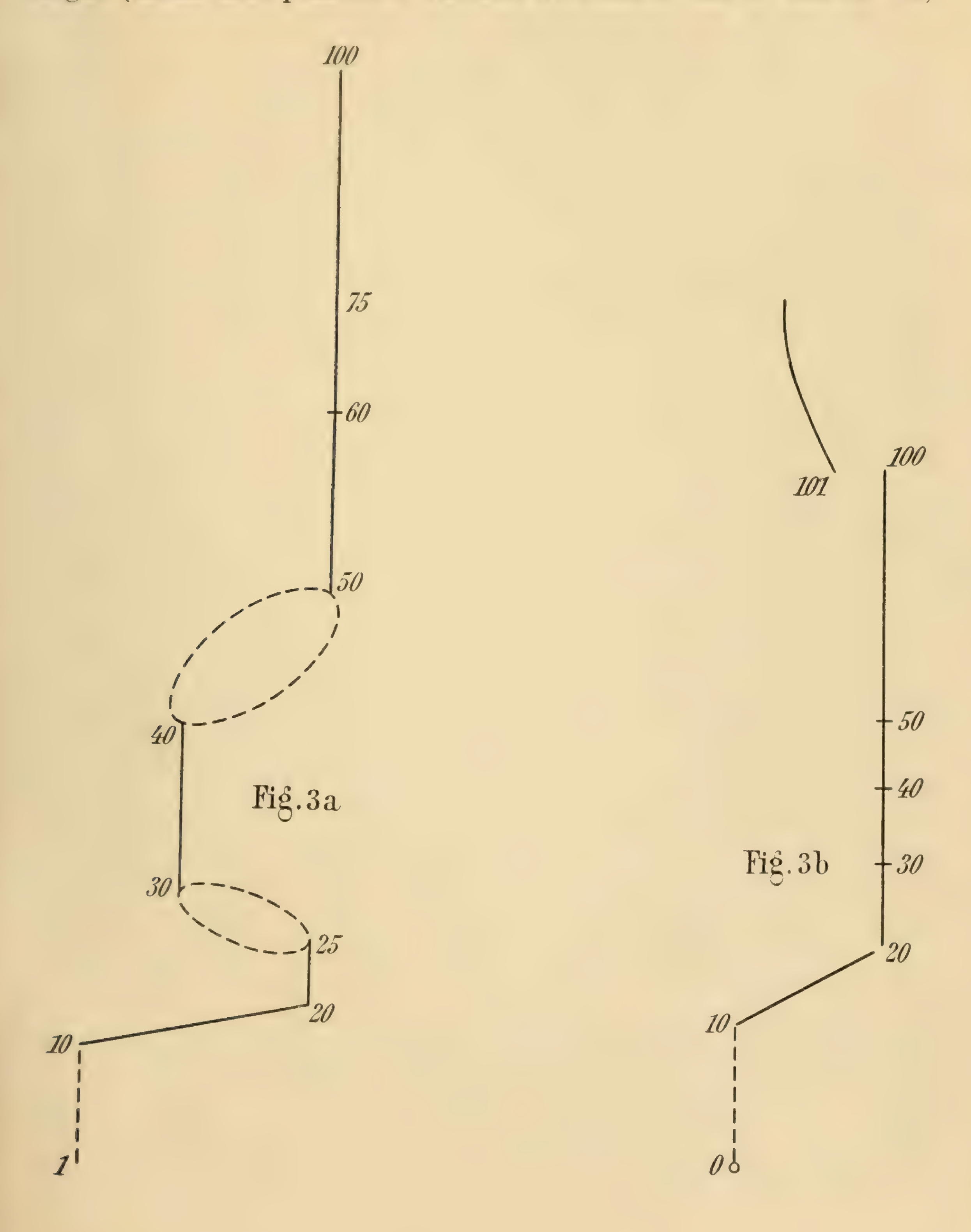


Fig. 3a

Fig. 3b

Es behält im groben immer dieselbe Form und nimmt je nach Bedarf immer verschiedene Größen an; es ist sehr elastisch, so daß manchmal durch eine Zusammenschrumpfung auch die entferntesten Stellen noch ins Blickfeld bringen konnte, es ist aber nicht immer gleich deutlich. Die Zahlen werden entweder wirklich als Ziffern im Schema gesehen oder es besteht nur „ein unanschauliches Wissen“ davon im Schema. Für die einzelnen Operationen brauchte die Vp. eine besondere Anordnung der Zahlen, deshalb wurde oft die zweite Zahl von der Stelle, wo sie zuerst vorgestellt wurde, unter oder neben die erste Zahl gebracht. Die zwei beiliegenden Bilder sind aus zwei sehr entfernten Versuchsstunden. Das am Ende Juli 1909 (Fig. 3 b) gezeichnete unterscheidet sich von dem am 21. Oktober 1908 (Fig. 3 a) gezeichneten dadurch, daß die Strecke 20—100 eine einzige Gerade ist. Wie bei den anderen Vp. sind auch hier die Stellen für die Zehnerzahlen deutlicher als die anderen, weshalb auch die Abweichungen hauptsächlich an diesen Stellen vorkommen.

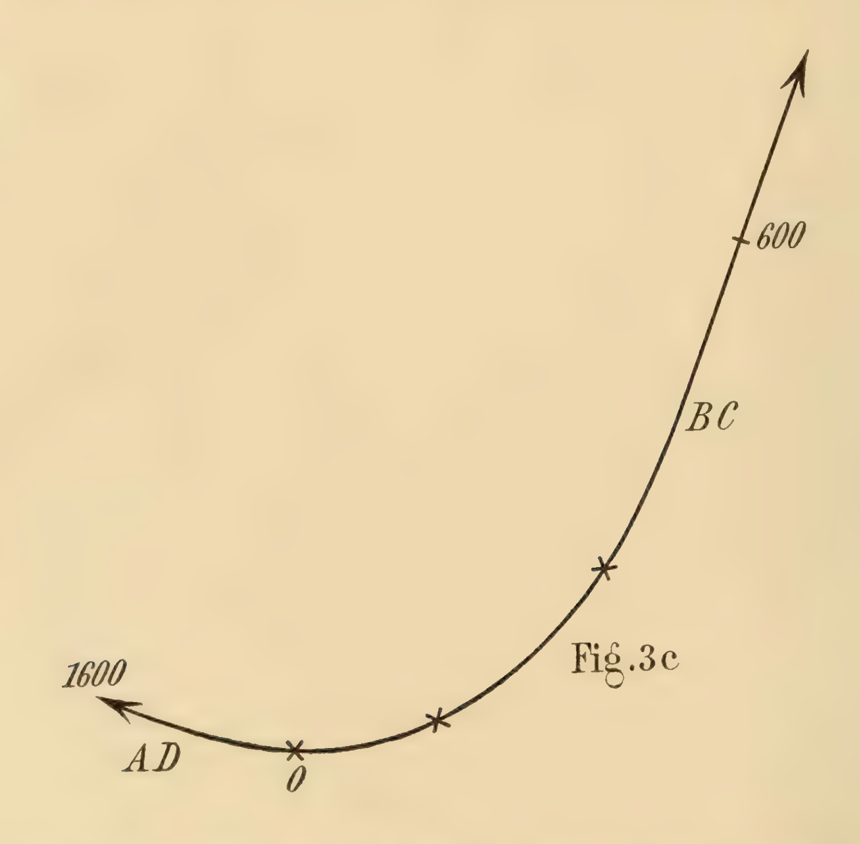
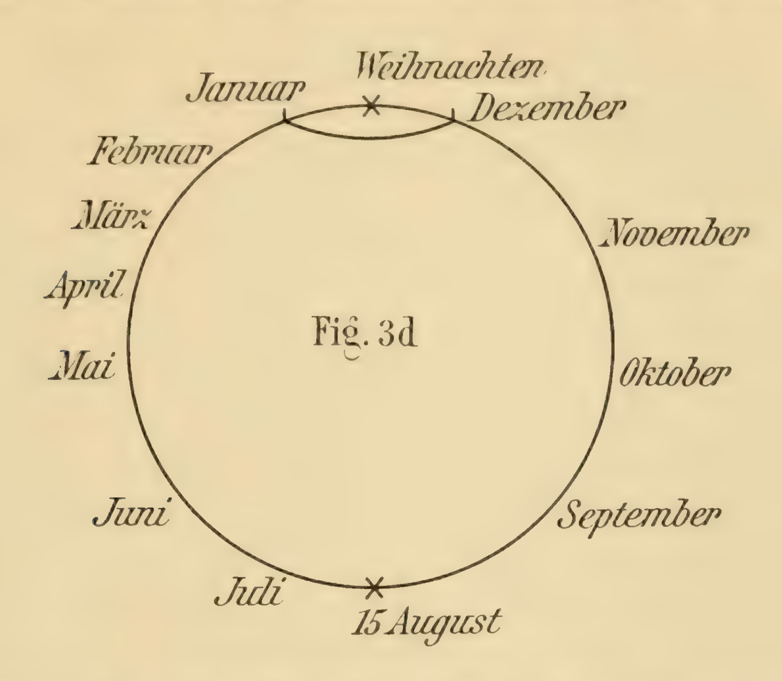


Fig. 3 c

Außer diesem Zahlenschema hat die Vp. G. auch noch andere Schemata. So z. B. für die Zahlen von 0—1000 ein ähnliches Schema wie für die Zahlen von 10—100, wobei die Strecke 10—20 die Zahlen 0—100 repräsentiert. Für die Jahreszahlen vor und nach Christus ist das Schema wie ein Bogen (Fig. 3 c). Für die zwölf Monate des Jahres hat die Vp.

auch ein Schema (Fig. 3 d); es stellt den Kreis dar, auf dessen rechter Hälfte sich die Zeit vom 15. August (Geburtstag im Hause) bis 25. Dezember (Weihnachten) und auf dessen linker Seite sich die übrigen 7½ Monate befinden. Die Vp. erzählte, daß alle diese Schemata aus ihrer Kindheit stammen und immer als praktische Hilfsmittel im Gebrauch waren.



Ein zusammenfassendes Wort über diese interessanten Veranschauungsweisen der Vp. A., B., F. und G. könnte in den Grenzen dieser Arbeit nur das Gemeinsame betonen: soweit die Zahlen nicht auch durch Ziffern repräsentiert sind, ist das Schema eine Höhe, eine Linie, eine Strecke, welcher eine bestimmte Länge zukommt; dieselbe Länge kommt auch den in ihm lokalisierten Zahlen zu, die Zahlen bekommen also in dem Schema eine Größe. Aehnliche Angaben über Schemata sowie über ihr Wesen und ihre Entstehung finden sich in dem Werk von Bleuler und Lehmann[1]), Fr. Galton[2]) und Th. Flournoy[3]), die sich mit der Sache ausführlich beschäftigt haben. Ueber die Entstehung eines Zahlenschemas erzählt uns R. Henning[4]) in der Zeitschrift f. Psychol.; Dr. E. Philips[5])

1) Eugen Bleuler und Karl Lehmann, „Zwangsmäßige Lichtempfindungen durch Schall und verwandte Erscheinungen". Leipzig 1881 (Für uns wichtig) S. 34 f.

2) Francis Galton, „Inquiries into Humen Faculty and its Development". London 1883. u. a. S. 34 f.

3) Th. Flournoy, „Des phénomènes de synopsie". Paris und Genève 1893. S. 147 ff.

4) Rich. Hennig, „Entstehung und Bedeutung der Synopsien", Zeitschr. f. Psych. Bd. 10, 1896. S. 183 ff. Und von demselben: „Bemerkungen zu einem Fall von abnormen Gedächtnis". Ebenda Bd. 55. 1910 S. 332 ff.

5) D. E. Philips, „Genesis of Number-Forms". Armeric. Journl. of Psychology Bd. VIII, S. 506 ff. 1897.

hat die Entwicklung der Schemata untersucht und fand, daß sie hauptsächlich aus der Kindheit stammen.

Die übrigen 3 Vp. C., D. und E. berichteten nur von der ersten und selten von der letzten Art von optischen Elementen beim Verstehen des Dargebotenen. Die Vp. C. beschrieb in der ersten Versuchsstunde (S. 11, 54 + 39) optische Bilder in einer gewissen Entfernung von ihr, sie waren aber nicht sehr deutlich, mehr andeutungsweise vorhanden. Ueber die Größe und den Charakter der gesehenen Ziffern konnte die Vp. nichts bestimmtes aussagen, sie meinte: „es kommt mir vor, als hätte ich optisch nur eine Fixationsfläche; wenn ich diese Ziffer nicht auch akustisch motorisch hätte, könnte ich sie nicht lesen". Die Zahlen waren aber in einer gewissen Ordnung zu einander, unter oder nebeneinander nach außen projiziert, mit einer Distanz zwischen den beiden und traten manchmal näher heran oder weiter zurück von der Vp. Die Vp. D. konnte anfangs gar nicht sagen ob sie die gehörte Zahl optisch hatte, oder wenn optische Bilder vorhanden, waren sie ganz „flüchtig" und undeutlich. Die Zwischenzahlen, d. h. die aus gewissen Operationen während des Rechnens gewonnenen Zahlen, waren oft deutlicher und von ihnen konnte sie sagen, daß sie gedruckt waren, etwa so wie die Zahlen auf einem gewissen physikalischen Apparat, mit dem sie zur Zeit oft zu tun hatte. Später sagte diese Vp. allgemein, es seien immer oder sehr häufig optische Bilder da, aber deren bediene sie sich gar nicht, sie hätten sie sogar gestört, wenn sie sie beachtete. Die Vp. E. berichtet bei der allerersten Aufgabe (54 + 39) „die Zahlen waren optisch repräsentiert geschrieben, wie ich schreibe, an einen Hintergrund dachte ich nicht, so ganz wie ich jetzt mit Bleistift oder Feder schreibe. Die Zahlen 54 und 39 waren nebeneinander, die Addition wurde mit Hilfe dieser optischen Bilder vollzogen". Bei der zweiten Aufgabe sagte sie nur „wenn ich mich nicht täusche, habe ich die Zahlen gesehen"; das war also nicht mehr so sicher. Bei der vierten Aufgabe berichtete sie: „Die ganze Aufgabe wurde angeordnet wie man gewöhnlich schreibt, die gehörten Zahlen waren plötzlich da". Die Aufgabe 28 + 57 mußte die Vp. sprechen, und erst dann kam sie optisch geschrieben. Auch die entsprechenden Operationszeichen wurden oft zwischen den Zahlen gesehen. Obwohl die optischen Elemente bei der Vp. E. bis zum Ende dieser Versuchsreihe vorhanden waren, blieben sie nicht so deutlich wie sie anfangs waren. Ueber die Bedingungen des Auftretens der optischen Bilder können wir aus den Protokollen kaum etwas entnehmen, nur ein paar mal berichtete die Vp. sie sei nicht ganz aufmerksam gewesen und deshalb fehlten ihr die optischen Bilder und erst als sie hervorgerufen waren, konnte sie rechnen. — Wenn ich nun mit den optischen Elementen beim Verstehen

des Gebotenen abschließen soll, so möchte ich zusammenfassend zweierlei betonen: 1) sie beziehen sich hauptsächlich auf die Zahlen und 2) wenn sie auch häufig vorkommen, so gibt es doch genug Fälle, bei denen ausdrücklich betont wurde, daß sie vollständig gefehlt haben.

Bei den

akustischen und motorischen Elementen

bei der Auffassung der Aufgabe können wir uns kürzer fassen, da darüber sehr wenig Aussagen vorliegen. Wir müssen dabei zweierlei akustische Elemente unterscheiden: 1) die vom Versuchsleiter herkommenden und 2) die von der Vp. produzierten. Die ersteren sind bei der ganzen Darbietung konstant, sie vermitteln ja die Aufgabe; in wie weit sie aber allein das Verstehen herbeiführen, ist schwer zu sagen. Direkte Aussagen bekommen wir sehr selten: Die Vp. C. sagte gelegentlich bei 72 -- 40: „hier habe ich keine optischen Bilder gehabt, es war eigentlich durch Ihre Sprache, also nur akustisch, das Ganze repräsentiert: 32 kam akustisch-motorisch bei mir“. Die Vp. E. gibt uns über das Akustische Aussagen mehr negativer Natur: „es (das Akustische) haftet nicht fest genug im Ohr, der Klang entschwindet zu schnell; wenn ich die Aufgabe nicht sofort optisch sähe, wäre es nicht möglich, die Aufgabe aufzufassen.“ Sie sagte aber, daß manchmal gewisse Klangbilder bei der Lösung auch wirksam gewesen waren, oder daß die Auffassung eine akustische war, aber es traten immer dabei auch optische Elemente auf. Die Vp. A. erklärte oft, sie hätte das Gesprochene nur gehört und ohne weiteres verstanden, nur die akustischen Elemente hätten dieses Verstehen vermittelt. Darnach müssen wir also annehmen, daß das Verstehen auch rein an die akustischen Elemente gebunden sein kann. Allerdings dürfen wir nicht ohne weiteres sagen, das treffe für alle Fälle zu, in denen wir keine anderen Erlebnisse außer den akustischen finden, denn der Prozeß des Rechnens kann auch ohne besondere Erlebnisse des Verstehens, rein mechanisch vor sich gegangen sein, das wird uns erst bei der Analyse der Opperationsprozesse klar werden. Hier wollen wir nur betonen, daß auch ein nicht rein mechanischer Prozeß nur mit akustischen Inhalten sich abspielen kann. Ferner können wir feststellen, daß oft nur die erste Zahl optisch repräsentiert war und die zweite, sowie die Operationskopula nicht; trotzdem aber waren allerhand Besonderheiten des ganzen Komplexes bewußt, z. B. Besonderheiten des Passens oder Nichtpassens für die Lösung der Aufgabe; wir können aber sagen, die Zahl und die Operationen waren verstanden ohne andere anschauliche Elemente, nur durch ihre akustische Darbietung. Was nun die zweite Art akutisscher Elemente anbelangt, so sind sie noch spärlicher. Nur die Vp. A. sagte uns öfter, sie hätte die gehörte

Aufgabe noch einmal in der Versuchleiterstimme gehört und dann erst verstanden. Schwer zu unterscheiden sind die akustischen Elemente der letzten Art von den akustisch-motorischen, welche unsere Vp. A., C., E. und G. verhältnismäßig häufiger beschreiben. Sie sagen dann, sie müßten die gehörte Aufgabe erst innerlich gesprochen haben, damit das Verstehen einträte. Die Vp. E. hatte merkwürdigerweise ein paarmal die Zahlen optisch gesehen und bloß die Operationskopula dazwischen für sich gesprochen.

Unsere Analyse der das Verstehen der dargebotenen Aufgabe begleitenden Bewußtseinsinhalte ist mit den angegebenen noch nicht völlig erschöpft. Wir finden noch eine ganze Reihe anderer Bewußtseinsinhalte, die nicht einheitlicher Natur sind, die wir aber hier zu einer Restklasse zusammenfassen wollen ohne ihnen einen gemeinsamen Namen geben zu können. An erster Stelle wollen wir alle Bewußtseinsinhalte dieser Art erwähnen, die mit dem Rechnen direkt nichts zu tun haben aber doch das Verstehen gelegentlich begleitet haben: ein Bekanntheitseindruck, welcher sich auf eine Zahl oder auf einen Operationskomplex beziehen kann; mit ihm verwandt ist das Bewußtsein der Neuheit, Verschiedenheit, welches sich auf die Nichtselbigkeit des Operationsverhältnisses der vorangegangenen Aufgabe bezieht; das Bewußtsein der Leichtigkeit oder Schwierigkeit der vernommenen Aufgabe zeigt, daß sie in manchen Besonderheiten aufgefaßt worden ist, denn, wenn wir nachher die Vp. befragen, woran sich das Bewußtsein der Leichtigkeit angeschlossen hat, gibt sie gewöhnlich gewisse, eine leichte Lösung erlaubende Besonderheiten der Zahlen an. Zweitens ist zu erwähnen das Bewußtsein von der Operationsbeziehung[1]) zwischen den beiden dargebotenen Zahlen, welche hauptsächlich dadurch zum Ausdruck kommt, daß die Zahlen auf eine bestimmte der Operation gemäße Weise angeordnet werden. Da diese Beziehung als selbstverständlich erscheint, wird sie von der Vp. in der Regel nicht besonders beschrieben, aber auf Befragen haben alle angegeben, daß sie bewußt war; doch auch spontane Angaben fehlen nicht vollständig. Die Vp. sagen, daß die zweite Zahl als Divisor, Minuendus oder Multiplikator aufgefaßt wird. An dritter Stelle steht das Bewußtsein von der Größe der vernommenen Zahlen; es sind bei allen Vp. Aussagen direkter oder indirekter Natur zu finden, die über den Größenwert der einzelnen Zahlen berichten. Die Vp. A. gab spontan gewöhnlich drei Größenwerte an: groß, mittelgroß und klein, welche gewöhnlich davon abhingen, ob die

---

1) Dieses Bewußtsein können wir mit Bühler als Beziehungsbewußtsein bezeichnen. Siehe Bühler, „Ueber Gedanken", Archiv f. ges. Psychol. Bd. IX, S. 343 ff.

Zahl für sich oder in Beziehung zu anderen Zahlen aufgefaßt wird. Die Zahlengröße bei den Vp. B., F. und G. ist in der Regel durch die Repräsentation im Schema bestimmt. Die Vp. C. behauptet, alle Zahlen hätten für sie eine bestimmte Größe. An letzter Stelle soll das Bewußtsein davon was das Vernommene bedeutet und was dabei zu tun ist, erwähnt werden; womit ich nur die Tatsächlichkeit des Verstehens betont wissen will und denjenigen Aussagen der Vp. gerecht bleibe, wo sie sagt, sie hätte die Aufgabe gehört und verstanden. Dies letzte und das an zweiter und dritter Stelle angeführte scheint mir das Bewußtsein von der Bedeutung auszumachen und dieses dreierlei meine ich, wenn ich von Bedeutungsbewußtsein sprechen werde.

Damit glaube ich alle Bewußtseinsinhalte, die sich aus den Protokollen dieser Versuchsreihe über die Auffassung des Gebotenen entnehmen lassen, in der Hauptsache hervorgehoben zu haben. Ein abschließendes Wort darüber will ich hier nicht versuchen, da nach der Besprechung aller 6 Versuchsreihen in einem besonderen Paragraphen dasselbe noch einmal zusammengefaßt sein wird.

3. Das Ausrechnen.

Bei der Besprechung des Ausrechnens haben wir einmal die Frage nach den Operationsprozessen zu beantworten d. h. festzustellen, welche einfachen Prozesse bei der Lösung der verschiedenen Operationskomplexe vorkommen; zweitens haben wir uns zu fragen, was für Bewußtseinsinhalte dabei beteiligt sind. Da der ersten Frage ein besonderes Kapitel gewidmet werden wird, nachdem alle 6 verschiedenen Versuchsreihen beschrieben worden sind, so will ich mich auch hier nur mit der zweiten Frage beschäftigen, wobei ich nur eine kurze Aufzählung der vorkommenden Bewußtseinsinhalte vornehmen kann, wie es auch bei derr Bespechung der Auffassung der gebotenen Aufgabe getan wurde. Ich werde mich dabei an die bei der Auffassung auftretenden Inhalte halten.

Ueber die beim Verstehen der Aufgabe auftretenden optischen Elemente erhalten wir die bestimmtesten Angaben von der Vp. G. Die gesehenen Ziffern bleiben während des ganzen Rechnens bestehen, werden geordnet, in Operationsbeziehungen gesetzt, fixiert. Dabei entstehen neue Zahlen (Zwischenzahlen und Zahlen des Endresultats), die auf dieselbe Weise eine Zeit lang, so lange sie notwendig sind, bewußt bleiben. Das Endresultat wird abgelesen und schon vor oder erst nach dem Aussprechen derselben auch an der entsprechenden Stelle im Schema gesehen. Das Schema spielt während des Ausrechnens entweder keine Rolle oder dient nur zur Bestimmung der Größe der inzwischen gewonnen Zahlen, in dem die Vp. weiß, wo ungefähr im Schema die be-

treffende Zahl liegt. — Einen Antipoden zu diesem extremen Fall haben wir an der Vp. D. Die während der Auffassung flüchtig gesehenen Zahlen finden gar keine Verwertung, ja sie stören sogar. Die inzwischen gewonnenen Zahlen treten auch ganz flüchtig in optischen Bildern auf, aber auch nur als nebensächliche Erscheinung. Aehnlich wie die Vp. G. beschrieb auch die Vp. C. das Ordnen und Wiederansehen der optisch aufgetretenen Zahlen, nur sind die optischen Bilder immer nur andeutungsweise da. Auch Zwischenzahlen treten gelegentlich optisch auf. — Ueber die Anwendung der optisch gesehenen Zahlen bei der Vp. A., B., E., F. sind die direkten Aussagen nicht sehr deutlich. Erst durch Befragen konnten wir erfahren, daß die optischen Bilder als gewisse Anhaltspunkte während des Rechnens dienen, aber so durchgehend wie bei der Vp. G. und C. ist die Verwertung derselben nicht. Die Vp. B. und F. bedienten sich während des Rechnens auch des Schemas, indem gewisse Operationen, das Behalten gewisser Zwischenzahlen, durch das Schema erleichtert wurde.

Die eindeutigsten Aussagen über die akustischen Bewußtseinsinhalte gibt die Vp. A. Bei ihr finden auch die vom Versuchsleiter herstammenden akustischen Elemente eine bewußte Verwertung. So sagte sie bei manchen Operationen, sie hätte diese oder jene Zahl akustisch wieder aufgenommen. Es haben nämlich offenbar die akustischen Klangbilder eine gewisse Gedächtnisdauer, welche ein solches Wiederaufnehmen ermöglicht. Es wird in diesen Fällen nicht eine schon aus dem Bewußtsein entschwundene Vorstellung reproduziert, sondern nur von neuem Beziehung genommen auf eine noch vorhandene. Eine zweite Art von akustischen Inhalten gibt die Vp. sehr oft an. Sie hört innerlich ohne zu sprechen, die in einer Operationsbeziehung stehenden, oder das Resultat darstellenden Zahlen. Diese Zahlen hört sie in ihrer eigenen Stimme, nicht wie die früheren in der Stimme des Versuchsleiters. In den meisten Fällen führt sie auch Sprechbewegungen dabei aus; es kommt aber auch vor, daß sie mit Bestimmtheit angibt, sie habe nur innerlich gehört ohne eigene Sprechbewegungen. — Bei den anderen Vp. fehlen uns zuverlässige Aussagen über das Vorkommen von rein akustischen Elementen während des Ausrechnens, hauptsächlich weil sie nicht so leicht von den akustisch-motorischen zu unterscheiden sind. Die Vp. G. hat in der Regel die in Beziehung gesetzten Zahlen, die Operationskopula dazwischen, sowie das Resultat innerlich gesprochen, konnte aber nicht sagen, ob die innerlich gesprochenen Worte bloß motorisch oder auch akustisch repräsentiert waren; deshalb bezeichnete sie eine solche Repräsentation als eine sprach-motorische. Die Vp. C. gab häufig an, es seien sowohl akustische als motorische Elemente vorhanden gewesen, wenn sie

innerlich gesprochen hatte. Die Vp. B. dagegen meinte, es seien bei ihr in solchem Falle nur motorische Elemente und keine akustischen vorhanden. Die Vp. A., E. und selten F. beschrieben auch innerliches Sprechen, ohne das Akustische und das Motorische von einander trennen zu können. Die Vp. D. endlich gab so gut wie nie an, daß sie innerlich gesprochen hat, und wenn sie darnach gefragt wurde, meinte sie, innerlich zu sprechen, dafür sei keine Zeit da gewesen. — Bei dem Ausrechnen berichtet die Vp. G. ein paarmal die interessante Tatsache, daß das Behalten gewisser kleiner Zwischenzahlen (1, 2 und 3) durch die entsprechende Anzahl ausgestreckter Finger repräsentiert war, sie konnte aber nicht sagen, wann sie die Finger ausgestreckt hatte, sie ertappte sich dabei erst nachdem sie das Resultat angegeben hatte. Sie berichtete auch ein paarmal, es käme ihr vor, als ob sie beim Rechnen auch Schreibbewegungen mit der Hand mache. Diesen Fragen konnte ich nicht weiter nachgehen.

Die Inhalte gedanklicher Art kommen hier noch mehr in Betracht, ja, sie machen die Hauptsache aus, sind aber in den einzelnen Prozessen so innig verbunden, daß man sie nur schwer isoliert darstellen kann. Das Bewußtsein von der Bedeutung des Gehörten beteiligt sich manchmal bei der Lösung der Aufgabe in einer speziellen Form als Bewußtsein von einer allgemeinen Regel, welches wir mit Bühler[1]) als Regelbewußtsein bezeichnen können. Die Vp. weiß dabei, wie sie im allgemeinen bei solcher Art Aufgaben zu verfahren hat. Das Bewußtsein von der Operationsbeziehung, das oben hervorgehoben wurde, bleibt auch bei der Lösung der Aufgabe wirksam und äußerst sich in dem Zustandekommen einer Reihe von Operationsprozessen, die wir später zu besprechen haben (S. 94 ff.); hier wollen wir nur erwähnen, daß die neuen Operationsbeziehungen nicht nur zwischen Bewußtseinsinhalten anschaulicher Art stattfinden, sondern auch zwischen Inhalten solcher Art, die wir als gedankliche bezeichnen können. Solche sind an erster Stelle die Zahlen, die als Resultat einer gewissen Operationsbeziehung gewonnen worden sind, aber keine sinnliche Repräsentation im Bewußtsein haben, also Zahlen die nur indirekt bestimmt sind, die, wie die Vp. A sich ausdrückte, intendiert waren[2]) (S. 21, Vp. A). Das, was hier Glied der Operationsbeziehung ist, ist nicht die Intention, sondern die Wasbestimmtheiten derselben[3]). Diese Zahlen sind nicht durch eine Ziffer,

---

1) a. a. O. S. 334 ff.

2) Ebenda S. 346 ff.

3) Diese Ausführung bringt uns auf den Gedanken, auch den gewöhnlichen Ausdruck, die Operationsbeziehung sei zwischen den anschaulichen Inhalten bewußt, zu korrigieren; denn wenn man sagt 5 + 7, ist die Operationsbeziehung nicht zwischen den Ziffern

ein Wort, überhaupt nicht durch einen sinnlichen, sondern durch gedankliche Inhalte z. B. durch Beziehungen zu anderen Zahlen im Bewußtsein gegeben. Aber auch zwischen Zahlen, die früher auf irgend eine Weise anschaulich im Bewußtsein vertreten waren, doch während der Beziehungsetzung nicht mehr sinnlich repräsentiert sind, kann eine Beziehung stattfinden. Die Vp. weiß dann einfach, es sind diese oder diese Zahlen, die in einer Beziehung zu einander gebracht, eine dritte Zahl ergeben haben. Es bleibt uns, den bestimmten Aussagen aller Vp. gegenüber, solche Zahlen seien weder optisch noch akustisch im Bewußtsein vertreten, nichts weiter übrig, als anzunehmen, daß die Operationsbeziehung auch zwischen Zahlen stattfinden kann, die nur durch das Wissen von denselben im Bewußtsein gegeben sind.

Der Größeneindruck bestimmt während des Ausrechnens oder noch früher die Größe des Endresultats. Aber auch über Zahlen die während des Ausrechnens nur als Zwischenzahlen vorkommen, haben wir oft Angaben, daß sie mit einem Größeneindruck verbunden waren. In solchen Fällen macht die Vp. G. einen Unterschied zwischen dem bestimmten Größeneindruck, bei welchem die Zahl an der bestimmten Stelle im Schema gesehen wurde, und dem ungefähren Größeneindruck, wobei nur durch das Bewußtsein, das Wissen, wo ungefähr im Schema die Zahl liegen würde, vorhanden war. — Das Bewußtsein der Leichtigkeit oder Schwierigkeit und das Bewußtsein der Sicherheit oder Unsicherheit, die wir oben an erster Stelle erwähnten, bleiben oft während des ganzen Ausrechnens bestehen, stellten sich in irgend einer Phase des Prozesses von neuem ein oder verschwinden, je nach den mannigfachen Wendungen des ganzen Prozesses. Schließlich beteiligen sie sich auch beim Aussprechen des Resultates und bedingen zum Teil das Bewußtsein der Sicherheit und Richtigkeit des Ausgesprochenen.

4. Das Aussprechen des Resultates

können wir an die Grenze zwischen Haupt- und Nachperiode setzen, weil es nicht immer gleich ausgesprochen, sondern oft erst antizipiert wird. Es wird optisch gesehen oder innerlich gehört oder gesprochen oder sogar erst kontrolliert der Richtigkeit nach und dann erst ausgesprochen. Folgende Fälle also kommen dabei vor, die uns gelegentlich bei allen Vp. begegnen: 1) Es wird ein Teil des Resultates ausgesprochen, bevor der zweite bestimmt war; so kommt es z. B. bei allen deutschen Vp. vor, daß sie die Einer aussprechen und während dessen die Zehner bestimmten, bei den engli-

oder Worten, sondern zwischen den dadurch gemeinten Zahlen gemeint. Und so ist auch im Bewußtsein die Operationsbeziehung nicht zwischen den Zeichen, sondern zwischen den Bedeutungen derselben gegeben.

schen Vp. umgekehrt. 2) Das Resultat war bewußt, bevor es ausgesprochen wurde, ohne daß besondere Bewußtseinsinhalte anschaulicher Art dafür gefunden werden konnten. So sagten die Vp. oft, sie wüßten, daß das Resultat eine runde Zahl ist, oder daß es um 1 verschieden ist von einer bestimmten Zahl (Vp. A. sehr oft). 3) Das Resultat war optisch, akustisch oder akustisch-motorisch repräsentiert und erst dann laut ausgesprochen, wobei eine Kontrolle nicht immer voraus stattfindet. Das Resultat wird entweder mit dem Bewußtsein der Richtigkeit ausgesprochen, dann unterbleibt in der Regel eine Kontrolle in der Nachperiode; oder es fehlt dies Bewußtsein, dann wird es ausgesprochen mit dem Bewußtsein der Unsicherheit, wonach eine Kontrolle gewöhnlich unmittelbar sich anschließt. Sehr oft ist das Aussprechen des Resultates mit einem Größeneindruck verbunden. Dieser kann vor dem Aussprechen, mit oder erst nach dem Aussprechen eingetreten sein und bedingt manchmal ein Erstaunen, daß das Resultat so groß oder so klein ist. Aber oft diente dieser Größeneindruck auch als Kontrolle; so hatte manchmal die Vp. die Unrichtigkeit des Resultats dadurch erkannt, daß die ausgesprochene Zahl zu groß oder zu klein war; der Größeneindruck von dem Resultat kann in einem solchen Fall im voraus gebildet sein bevor das endgültige Resultat gefunden war. Ein falsches Resultat kam nicht sehr oft vor und war bedingt entweder durch das Rechnen selber, oder bedeutete nur einen lapsus linguae, wobei beim Denken an das richtige Resultat eine andere vorhandene Zahl, meist eine solche, die gerade vorher eine Rolle gespielt hatte, ausgesprochen wird. Es ist in solchem Falle nicht immer gleich bewußt, daß das Resultat falsch ist. Oft wird aber die Falschheit der als Resultat innervierten Zahl gleich erkannt und zu korrigieren versucht. Auf diese Weise entstehen die sogenannten Kontaminationen, die in dieser Versuchsreihe eigentlich sehr selten vorkommen.

§ 6.

Die Nachperiode.

Die Nachperiode ist hauptsächlich durch die Beschreibung des ganzen Prozeßverlaufes erfüllt und wird von der Vp. selten besonders beschrieben. Aus den Protokollen kann der Leser kaum etwas über das Verhalten der einzelnen Vp. während derselben erfahren, dem Versuchsleiter dagegen konnten leicht Verschiedenheiten auffallen: 1) Nicht gleich nach der Resultatangabe gingen die einzelnen Vp. zum Protokollgeben, manche machten eine beträchtliche Pause. 2) Die Länge der Protokollierungszeit ist verschieden bei den verschiedenen Vp. und die Länge resp.

Kürze dieser Zeit ist deswegen von großer Wichtigkeit, weil es davon abhängen kann, welche Zuverlässigkeit den früheren und späteren Aussagen zukommt, denn nach einer längeren Zeit können die Prozesse nicht mehr so deutlich erinnert werden wie nach einer verhältnismäßig kürzeren Zeit. 3) Nicht mit gleicher Sicherheit wurden die einzelnen Protokollangaben gemacht. Ich meine hier die Sicherheit, die man aus der Art des Sprechens, aus dem Tonfall, aus der Betonung der einzelnen Stellen beim Referieren entnehmen konnte.

Die Vp. B. machte eine sehr große Pause. Bei der Beschreibung erlebte sie die ganze Sache noch einmal, gab sehr ausführliche und jede Einzelheit berücksichtigende Aussagen an und sagte manchmal, sie wisse nicht, ob sie alles, was sie erlebt, angegeben habe, oder auch ob etwas bei der Aussage etwa erlebt war, was früher nicht vorkam; sie konnte aber solche zweifelhaften Elemente von den sichern unterscheiden; bei der Benützung der Protokolle zog der Versuchsleiter das in Betracht. Auch die Vp. G. machte eine ziemlich große Pause. Ihre Angaben waren durch Sicherheit und Ausführlichkeit ausgezeichnet, sie beschrieb die Sache in der erlebten Kontinnuität, indem sie nochmal das Ganze erlebte und machte einen Unterschied zwischen deutlich und undeutlich Erlebtem. Während der langen Nachperiode kam es bei den Vp. B. und G. vor, daß die Aufgabe vergessen wurde, d. h. es wurden gewöhnlich die Zahlen vergessen, fielen aber bei der weiteren Beschreibung wieder ein. Die Vp. A. und F. gingen rasch nach der Resultatangabe zum Protokoll über, gaben immer ausführliche Aussagen, haben aber die ganze Sache nicht vollständig wieder erlebt. Die Vp. E. ging nicht immer gleich zum Protokoll über, blieb oft etwas nachdenklich und fing oft mit der Einleitung an: „es war wie gewöhnlich“. Die Beschreibung aber zeigte, daß es nicht immer „wie gewöhnlich“ war; dieser Ausdruck schien bei dieser Vp. nur eine Anfangsphrase zu sein. Die Vp. D. wußte, daß ihre Erlebnisse nur mangelhaft beschrieben sind, sie erlebte viel, vergaß es aber gleich, wie sie meinte. Die vom Versuchsleiter aufgeworfenen Fragen haben nur die Vp. D. merklich gestört, indem sie immer in Verlegenheit kam, auch bei den allgemeinsten Fragen, wie etwa nach der Repräsentation der Zwischenzahlen. Sie antwortete zuerst, „ich habe es vergessen“, oder „ach, sie waren abstrakt da“. Spezielle Fragen, wie z. B. die nach optischen oder akustischen Bewußtseinsinhalten, wirkten auf alle Vp. ziemlich suggestiv, indem sie bei der nächsten Aufgabe mit besonderer Aufmerksamkeit danach lauschten; deshalb wurden sie nur selten gegeben.

B. Die optische Versuchsreihe.

§ 7.

Anordnung, Instruktion und Protokollbeispiele.

Die optische Darbietung geschah durch den Ach'schen Kartenwechsler[1]). Die Zahlen waren auf die entsprechenden Karten mit Ziffern von nebenstehender Größe und Form gedruckt; zwischen den beiden Zahlen stand etwas kleiner als die Ziffer das Operationszeichen. Eine für die Vp. unsichtbare elektrische Lampe beleuchtete die Zahlen. Die Vp. saß vor dem Kartenwechsler und fixierte einen schwarzen Punkt auf der Verschlußplatte, der an der Stelle sich befand, wo die linke Zahl erscheinen sollte. Der Versuchsleiter gab das Signalwort „jetzt“, ½—1 Sekunde darauf zog er die Schnur und ließ die Zahlen erscheinen. Eingangs der Versuchsstunde wurde der Vp. folgende Instruktion vorgelesen: „Sie werden eine Aufgabe sehen, rechnen Sie langsam, und suchen Sie nachher den ganzen Prozeßverlauf zu beschreiben.“ Während des Berechnens und Protokollgebens standen die Zahlen vor der Vp., so daß sie sie immer ansehen konnte. Das geschah mit der Absicht, zu ermöglichen, daß die optischen Bilder immer zur Verfügung bleiben; wir wollten also damit eine dauernde optische Repräsentation der Aufgabe ermöglichen und sehen, ob eine solche allein genügend ist für die Auffassung und das Lösen der Aufgabe oder ob auch Inhalte anderer Sinnesgebiete dafür nötig sind. Ein Paar Aufgaben gingen als Vorversuche voraus. Die Reaktionszeit wurde von dem Aufgehen der Verschlußplatte bis zum Aussprechen des Resultats

51

+ — × :

Tabelle III. Rechenzeiten a, O, b (optisch).

	Addition			Subtraktion			Multiplikation			Division		
Vp.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V,
A.	15	4,85	1,31	15	5,53	1,00	15	3,00	1,40	15	4,91	2,52
D.	8	5,75	3,15	8	3,90	0,50	8	2,83	0,85	8	3,02	1,80
E.	8	4,90	2,10	8	3,70	1,80	8	1,79	0,48	8	0,94	0,66
G.	8	2,40	0,10	8	2,70	0,30	8	2,57	0,71	8	3,50	1,86

auf dieselbe Weise wie bei der akustischen Versuchsreihe gemessen. Die Tabelle III zeigt die mittleren Zeiten für die schwersten Additions- und Subtraktionsaufgaben, für alle Multiplikationen und diejenigen

1) Ach, „Ueber die Beeinflussung der Auffassungsfähigkeit durch einige Arzneimittel“, Psychol. Arb. hrg. von Kraepelin. Bd. III S. 266 ff. 1901.

Divisionsaufgaben, welche ohne Rest aufgehen. Nur für die Vp. A. ist die mittlere Subtraktionszeit merklich größer als die mittlere Additionszeit. Und die Divisionszeit ist für die Vp. E. kleiner als die mittlere Multiplikationszeit. Wenn wir diese Tabelle mit der Tabelle II S. 17 vergleichen, so merken wir, daß nicht bei allen Vp. und nicht bei allen Operationen der optischen Versuchsreihe die Reaktionszeiten größer sind, wie man von vornherein erwarten könnte, wenn man bedenkt, daß wir hier die Reaktionszeit von dem Aufgehen der Verschlußplatte gemessen haben, also auch die Darbietungszeit inbegriffen war, während wir bei der akustischen Versuchsreihe von dem Moment, wo die ganze Aufgabe geboten war, maßen. Es mag sein, daß hier auch der Anschauungstypus eine Rolle gespielt hat. Im Vergleich zu der ersten Versuchsreihe ist diese zweite nur der Darbietung nach verschieden, denn die Instruktion war sonst die gleiche. Eine Aenderung in den Erlebnissen muß also in erster Linie aus der Darbietungsart erklärt werden. Damit man sieht, wie die Erlebnisse dieser Versuchsreihe beschrieben werden, lasse ich von jeder Vp. ein paar Protokolle folgen:

Vp. **A**. Aufgabe 43 + 30. „Ich habe den Punkt fixiert. Als es aufging, war ich zunächst gefesselt durch den Gesamteindruck, dann habe ich begonnen zu lesen, also wirklich leise ausgesprochen; Moment Pause, da ging es mir auf, daß ich es sofort sagen könnte. Dieses Bewußtsein hat sich angeschlossen an eine optische Beachtung der Null. Ich habe dann 73 ausgesprochen ohne optische Hilfen. Zu der Beziehungssetzung zwischen 40 und 30 haben die akustischen selbstgesprochenen Wortbilder gedient.“ Nach Befragen fügte die Vp. hinzu: „Das leise Aussprechen ist unwillkürlich; es lag darin eine Analyse des Gesamtbildes, das ich zunächst nicht bemeistern konnte“ (1,4). Aufgabe 90 : 15. „Nicht gelesen nur gesehen, dabei fiel die Verschiedenheit des Operationszeichens auf gegenüber dem früheren (es ging eine Multiplikation voraus), nicht eben Gegensatz, sondern nur Verschiedenheit. Das Ganze erschien bekannt, ich wußte, daß ich es gleich aussprechen konnte, wartete einen Moment, hörte 6; ich sprach es aus. Erst während des Aussprechens eine Beziehungsetzung der 6 und 5; innerlich gehört 30 und damit Sicherheit . .“ (1,8″). Aufgabe 70 — 27. „Ich habe das Operationszeichen zuerst aufgefaßt, habe es verstanden ohne optische Richtung oder sonstige Inhalte: Die Zahlen nicht ausgesprochen, sondern hörte 50 als Ergebnis der Beziehungsetzung der (ersten) 7 und 2 und ging dann den Siebenschritt zurück, wobei die gesehene (zweite) 7 besonders beachtet wurde. Ich sprach 43 aus, dabei war 3 das Ergebnis dieses Siebenschrittes, die 40 durch Zurückzählen um 1 gewonnen: dabei nicht gesprochen, im Moment aber wo ich die 5 brauchte, war sie auch da als Teil der vorher gehörten 50“ (2,4″).

Vp. **B**. Aufgabe 88 : 29 . . . „Erst das Gleichmäßige der beiden Zahlen, daß sie beide groß sind, etwas Massives und Unangenehmes. Erst später das Divisionszeichen bemerkt. Dabei war schon vorher das Gefühl, „es ist schwer und unmöglich“. Als die Operation wirklich begriffen wurde, was dies „dividieren“ heißt, sagte ich mir, „das geht ja nicht“ und ich soll einfach rechnen. Ich hatte 3 gesagt, mir die Zahlen etwas im Schema vorgestellt und dann sagte ich mir, „ich habe Zeit, ich werde es ruhig ausrechnen“, ... dann 9 und 8 geben nichts, ich fand nicht, daß 2 × 9 18 ist, merkwüdig. (Vp. hatte vorher 38 — 19 gehabt.) 29 von vornherein ganz unangenehm. Dann von ihr mich losgemacht,

die Augen sahen sie noch, aber beachtet war sie nicht; dann aber mit 3 kontrolliert und gesprochen 3 × 2, 60, 3 × 9, 27, 87, dann: „habe ich mich verrechnet? ist es nicht 88? Das nur ein Moment. Dann sehr befriedigt, daß es nur um 1 verschieden ist und sagte $3^1/_{29}$ . . .“ (17,2″).

Vp. C. Aufgabe 15 × 5. „Ich habe hier eigentlich das Resultat sofort gehabt; unwillkürlich aber trat die Zahl 5 hinüber, so darunter wie ich das gewöhnlich beim Multiplizieren mache. Eine Kontrolle habe ich nicht ausgeführt, aber ich habe die Zahlen stramm angesehen, wie ich das Resultat sagte“ (2,2″). Aufgabe 38 — 19. „Die Subtraktion kam mir gleich zum Bewußtsein, dann hatte ich eine Art von Zwischenoperation, daß 2 × 19 38 gibt, und dann wußte ich, daß 19 das Resultat ist; dies 2 × 19 war gar nicht sinnlich repräsentiert. Optisch hatte ich die hier gesehenen Zahlen, aber akustisch nicht“ (2″). Aufgabe 88 : 29. Die Operation war wesentlich schwieriger als die frühere. Ich hatte gleich den Eindruck, daß es nicht aufginge, versuchte es mit 3 und sah, daß es nicht aufgeht, aber bei 3 blieb ich. Ich multiplizierte mit 3 und sah, daß nur 1 als Rest bleibt, und bildete das Resultat und sprach es aus. Die Operation mit 3 war akustisch vollzogen. Optische Bilder waren dabei nicht, aber ich habe die Zahlen dort in der Gegend lokalisiert“ (10″).

Vp. D. 65 — 35. „Ich habe bemerkt, beim Ueberblicken, daß die letzten Stellen übereinstimmen und mir sofort klar gemacht, daß es eine runde Zahl gibt; es war nur 3 da, aber bei dem schnellen Sprechen wollte ich 60 aussprechen, dann habe mich aber gleich korrigiert. (Es entstand eine Kontamination aus 60 und 30.) Diese Beziehung von 6 und 3 war ganz flüchtig und undeutlich bewußt“ (2″). Aufgabe 13 × 20. Antwort 62, ach 260: „Ich habe gleich von 20 abstrahiert und nur 2 zur Multiplikation herangezogen. Daß 2 × 13 26 ist, das habe ich gewußt, brauchte es nur zu sagen, habe mich aber versprochen. Woher das kommt, weiß ich nicht, wahrscheinlich nur Sprachfehler“ (2″,2).

Vp. E. Aufgabe 36 + 34. „Die sinnliche Auffassung ging vor sich, ohne daß ich das Aufgefaßte in sprach-motorische Bewegungen umgesetzt hatte, dann aber ein Hin- und Herwandern, vielleicht 3—4 mal, gerade als wenn man zu wählen hat. Zwischen 36 und 34 ist 2 Unterschied und 35 liegt in der Mitte. Diese Zahl war nicht „bewußt“, aber eigentlich habe ich 35 + 35 gerechnet. Bis ich zu der Mitte zwischen 36 + 34 kam, war dies Hin- und Herwandern. Ich habe mit der Mitte zwischen 36 und 34 gerechnet“ (2″). Aufgabe 12 × 8. „Hier kam mir erst nach dem Resultat, erst nachdem ich angefangen hatte 6 auszusprechen, eigentlich das Bewußtsein, was für Zahlen da stehen. Der Gesichtszreiz allein brachte die Aufgabe zur Lösung. Ich glaube, wenn das Malzeichen nicht da gewesen wäre, wäre doch 96 zu Stande gekommen“ (1″).

Vp. F. Aufgabe 13 × 5. „Die Aufmerksamkeit war zunächst auf die Zahl 5 gerichtet und ich habe dann die erste Zahl gelesen und zwar glaube ich sprach-motorisch. Beide Zahlen sind lokalisiert und die Zahl 65 war sprach-motorisch gegeben, bevor ich sie aussprach. Das Resultat ist ganz auswendig und die Operation wurde als Multiplikation ausgeführt. Erst nachdem ich das Resultat sagte, kam mir ins Bewußtsein ein Zweifel, ob das Zeichen wirklich Multiplikation bedeute“ (1,2″). Aufgabe 96 : 12. „In der Vorperiode war diesmal der Vorsatz, einmal intensive Aufmerksamkeit aufzuwenden, um möglichst schnell zu rechnen, erst jetzt ist es mir gekommen, daß das der Instruktion widerspricht. Zunächst war ich auf den Platz gerichtet, wo 96 steht, aber die Zahl 12 hat sich eher ins Bewußtsein gedrängt. Wie dann die Zahl 96 verstanden, eine Pause die mir sehr zum Bewußtsein kam. Die Zahl 96 ganz unbestimmt lokalisiert im Schema, der ungefähre Größenwert zum Bewußtsein gekommen. Die Ope-

ration selbst ganz selbständig auswendig vollzogen ohne die Division zu machen, sie ist gar nicht zum Bewußtsein gekommen in der Hauptperiode. Erst am Ende als Kontrolle, ob es wirklich Division sein sollte" (1″).

Vp. G. Aufgabe 15 × 6 . . . „Als ich die Aufgabe sah, ging mein Blick über das Ganze, ob ich es ablas, weiß ich nicht, aber doch verstanden und sofort angefangen zu multiplizieren, sprach-motorisch zu gleicher Zeit mit Ablesen 6 × 1, 7, 8, 9, wurde gezählt und 90 gesagt, ob die 9 optisch vorhanden war, kann ich nicht sagen. Ich glaube, daß mit dem Zählen Bewegungen mit den Fingern vorhanden waren, ich habe bemerkt, daß drei Finger ausgestreckt waren" (2″). Aufgabe 36 + 34. „Die Aufgabe habe ich gelesen sprach-motorisch, damit habe ich hauptsächlich auf die rechten Ziffern geachtet und habe erkannt entweder während des Ablesens oder unmittelbar nachher, daß die zwei rechten Ziffern zusammen 10 ausmachen. Wie 10 vorhanden war, kann ich nicht sagen, aber wahrscheinlich erst sprach-motorisch und dann optisch. Dann habe ich die zwei linken Ziffern angesehen, ich habe sie als Zehner betrachtet nicht einfach als Ziffern und bin so zu 70 gekommen, dabei etwas von der Größe der Zahl bewußt. Die 70 habe ich im Schema gesehen und sofort als Antwort gesagt" (2″). Ob ein Größeneindruck von der Zahl da war, bevor die Zahl im Schema gesehen wurde, kann Vp. nicht angeben, sie sagte: „ich habe gedacht 30 und etwas und 30 und etwas machen 70 aus."

§ 8.

Die Vorperiode.

Die direkten Aussagen über die Vorperiode sind nicht sehr reichlich, doch diese Tatsache selbst ist schon ein Zeichen dafür, daß das Verhalten aller Vp. überhaupt besser geworden ist. Das war ja auch zu erwarten, da dieser Versuchsreihe schon die drei akustischen vorausgegangen waren und die vollständige Gewöhnung an die Versuche eingetreten sein mußte. Aber der Umstand selbst, daß die Darbietung eine optische ist, bedingt auch das einheitliche Verhalten, da hier jene Besorgnis, die einmal aufgefaßten Zahlen zu vergessen, nicht mehr vorliegt, die Vp. hat ja die ganze Zeit die Aufgabe vor sich. Diesen Vorzug der optischen Darbietung hoben alle Vp. hervor. Die Vp. A. und F. geben von selbst nur an, daß sie den Punkt richtig fixierten und auf Befragen nur „eine Erwartung", „Spannung wie immer aber ohne spezielle Erwartung oder Bewußtseinsinhalte". Nur einmal berichtet die Vp. A. von einer willkürlicheren größeren Spannung und die Vp. F. von einem Vorsatz zu möglichst intensiver Aufmerksamkeit und möglichst schneller Durchführung der Aufgabe. — Das Verhalten der Vp. B. ist hier entschieden besser als bei der ersten Versuchsreihe, die spezifizierte oder in Spezifizierung begriffene Einstellung kam hier nur selten vor und zwar ziemlich zurückgebildet. So sagte sie nach der 5. Aufgabe nach einer Addition „diesmal vorher erwartet, daß Subtraktion kommt aber nicht unmittelbar vorher, dann nur eine allgemeine Spannung . ." Also das spezifische Verhalten ging hier in ein normales über. Bei der nächsten Aufgabe

gab sie an: „von der Vorperiode kann ich nichts besonderes sagen, nur eine Einstellung zum Reaktionsversuche“; bei den weiteren Aufgaben sagte sie nur: „nichts besonderes“, erst bei der 10. Aufgabe: „in der Vorperiode vorgestellt, daß dort Zahlen erscheinen und mich in die Lage versetzt, sie aufzufassen“. Weiter gab sie nur an allgemeine Spannung oder nichts besonderes. Die Vp. C., E. und G. beschreiben nur eine allgemeine Erwartung. Die Vp. D. erzählt, nur zweimal bei der 4. und 5. Aufgabe an die unmittelbar vorhergegangene Aufgabe gedacht zu haben und bei der 10. Aufgabe sagte sie, sie hätte an eine Zahl mit 7 (Einer) gedacht, sonst ist ihr Verhalten während der Vorperiode ganz normal gewesen. Wie man sieht, ist hier das früher (S. 21 f.) als normal bezeichnete Verhalten in der Vorperiode, wo die Vp. „mit gespannter Aufmerksamkeit wartet“ das vorherrschende geworden.

§ 9.

Die Hauptperiode.

I. Allgemeines.

Die Hauptperiode ist hier durch das Erscheinen der Aufgabe und das Aussprechen des Resultates begrenzt und umfaßt hauptsächlich die Auffassung und Lösung der Aufgabe, denn das Aussprechen des Resultates ist auch hier teils in die Hauptperiode teils in die Nachperiode zu setzen. Wenn wir die Protokolle durchsehen, so fällt uns wieder jenes allgemeine Bestreben zu rechnen auf. Es ist auch hier an erster Stelle durch die Instruktion und dann durch die Erlebnisse in der Vorperiode bedingt, wobei zu bemerken ist, daß hier die Vorperiodenerlebnisse keine vorzeitige Spezialisierung mit sich bringen. Die später folgende Spezialisierung dieses Bestrebens ist hauptsächlich durch das Verstehen der Operationskopula und dann durch die Auffassung der Zahlen bedingt, deshalb tritt es hier erst während der Hauptperiode auf. Die erst durch die Auffassung der Operation bedingte Spezifizierung, ist die normale, richtige und die zweite soll als eine Wirkung der unter dem allgemeinen Bestreben zu rechnen aufgefaßten Zahlen angesehen werden.

Zwei Besonderheiten unserer optischen Darbietung machen sich während der Hauptperiode besonders geltend: 1) das gleichzeitige Erscheinen der ganzen Aufgabe und 2) das Wissen, daß die Darbietung eine Dauernde ist. Und wirklich wir sehen aus den Protokollen: a) daß die optischen Bilder ein mehrmaliges Ansehen, Aufnehmen und Beachten der einzelnen Glieder des dargebotenen Operationskomplexes ermöglichen, b) daß sie eine Wahl in der Beachtung der einzelnen Glieder erlauben. Die Vp. kann beliebig dies oder jenes Glied des Komplexes jetzt

oder etwas später beachten; c) daß sie ein ziffernmäßiges Erfassen der Zahlen ermöglichen, indem nicht die ganze Zahl sondern nur einzelne Ziffern beachtet werden und zum Resultat führen können, und d) daß auf diese Weise die Auffassung und das Ausrechnen mit einander vermischt und schwer von einander unterscheidbar werden. Während bei der akustischen Darbietung ein Vernehmen ohne Verstehen möglich war, ist auch hier ein Ansehen, ein Aufnehmen ohne Verstehen möglich, denn schon bei dem ersten Anblicken ist der ganze Komplex im Gesichtsfelde der Vp., braucht aber nicht gleich der ganze aufgefaßt d. h. verstanden zu sein. Wir versuchen auch hier die Bewußtseinsinhalte, die sich bei der Auffassung und Ausrechnung der Aufgaben beteiligen, auseinander zu halten.

2. Auffassung und Ausrechnen der gebotenen Aufgabe.

Sehen wir zuerst wie die dargebotenen, dauernd vor den Augen der Vp. stehenden optischen Bilder ausgenützt werden. Es ist bemerkenswert, daß bei den Vorversuchen dieser Versuchsreihe fast alle Vp. zuerst die optischen Bilder als störend empfanden und zwar, weil sie das Ausrechnen verhindert hätten, indem der Blick auf einzelnen Ziffern haften blieb; deshalb waren auch manche Vp. (A. B. und G.) ein paarmal nach dem Ablesen der Aufgabe auf das Schließen der Augen und dadurch auf ein Losmachen von den optischen Bildern angewiesen. Später aber wurden die optischen Bilder vertrauter und erleichterten bedeutend den ganzen Prozeßverlauf.

Die Vp. A. gab bei der ersten Aufgabe an, sie hätte das Gesehene gleich abgelesen, also wirklich innerlich gesprochen bei der zweiten aber zuerst das Ganze überblickt und dann erst gelesen; dann von der 3. bis zur 8. Aufgabe immer gleich abgelesen; von der 9. bis etwa zur 40. kam kein Ablesen mehr vor und bis zum Ende (60. Aufgabe) trat es nur selten wieder auf. Die Aufgabe wurde vielmehr durch ein Hin- und Herwandern mit den Augen überblickt; dazu gibt die Vp. an, daß sowohl bei jenem Ablesen als auch bei dem Ueberblicken fast immer zuerst das Operationszeichen aufgefallen und beachtet war. Dies Auffallen, Beachten war immer mit einem Verstehen verbunden, welches manchmal an eine die Operation charakterisierende bewußte optische Richtung geknüpft, in der Regel aber an keine Bewußtseinsinhalte anschaulicher Art gebunden war. Bei dem Ueberblicken hatte die Vp. oft einen Gesamteindruck von dem Gesehenen, d. h. die beiden Zahlen und das Operationszeichen dazwischen wurden als ein bestimmter Operationskomplex aufgefaßt, wobei die funktionelle Bedeutung der einzelnen Glieder des Komplexes deutlich bewußt waren; d. h. es waren einige Be-

sonderheiten der Zahlen, ob sie sich für die verlangte Operation besonders eigneten oder nicht, ferner die Eigenart ihrer Zusammengehörigkeit in diesem Gesamteindruck bewußt gegeben. Es kam nur selten vor, daß der überblickte Komplex nicht bemeistert wurde, und dann nahm die Vp. das Ablesen durch ein Aussprechen zu Hilfe. Bei dem Ausrechnen waren die optischen Bilder insofern beteiligt, als die Vp. sie bei der Beziehungsetzung entsprechend fixierte.

Fast auf dieselbe Weise wie die Vp. A. benutzte auch die Vp. **B.** die optischen Bilder, nur kommen bei ihr die einzelnen Anordnungsweisen mehr durcheinander vor. So hatte sie bei der ersten Aufgabe erst die Zahlen aufgefaßt ohne Ablesen und dann erst das Operationszeichen beachtet, bei der zweiten Aufgabe hatte sie die Operationsbeziehung durch das Größenverhältnis der Zahlen bestimmt und während der Hauptperiode das Operationszeichen gar nicht beachtet; deshalb hatte sie statt einer Division eine Addition vollzogen, die über 100 hinausragen mußte (die Aufgabe war 98 : 14), von der 3. bis zur 8. Aufgabe kam kein Ablesen mehr vor, ferner nur ein Ueberblicken, wobei das Operationszeichen eine besondere Beachtung fand aber außer dem optischen Inhalt nicht durch andere Bewußtseinsinhalte anschaulicher Art ausgezeichnet war. Weiter hin kam dann mehrere male erst ein Beachten des Operationszeichens und dann ein Aufnehmen der Zahlen, 3 mal wurde die Aufgabe als ein bestimmter Operationskomplex aufgefaßt und mehrere male wurde sie abgelesen, nachdem sie zuvor überblickt war. Bei dem Ausrechnen wurden die optischen Bilder auf dieselbe Weise benutzt wie von der Vp. A.

Die Vp. **C.** hat fast immer zuerst das Operationszeichen beachtet und dann durch Hin- und Herwandern mit den Augen die Zahlen; aufgefaßt, ein wirkliches Ablesen kam sehr selten vor. Die Vp. **D.** hat auch oft das Operationszeichen zuerst erfaßt und dann die Zahlen aber bei ihr kam es öfter vor, daß die ganze Aufgabe als ein Komplex aufgefaßt war. Bei der Vp. **E.** kam das Ablesen der Aufgabe nur 5 mal vor und das eine mal ging ein Ueberschauen voraus, wobei zu bemerken ist, daß alle diese Fälle in die erste Hälfte der Versuchsreihe fallen. Oefter wurde von einem „gleichzeitigen“ Auffassen des Ganzen als eines Komplexes berichtet, welches der Vp. als verschieden von dem am häufigsten vorkommendem Auffassen, wo als Hauptsache ein Beachten des Operationszeichens angegeben war, auffiel. Außer den bei allen bisher besprochenen Vp. aufgetretenen Modifikationen der optischen Beachtung, welche bei der Vp. **F.** nicht besonders regelmäßig auftreten, kommt bei ihr noch die Besonderheit vor, daß sie die optischen, nur gesehenen Zahlen auch in das bekannte Schema oder in eine beliebige Strecke lokalisierte,

wobei zu erinnern ist, daß die Lokalisation für sie immer eine Größenbestimmung der Zahl bedeutet. Diese Vp. meinte oft, sie beachte nicht das Operationszeichen, deshalb habe ich ihr Aufgaben vorgelegt, wo das Operationszeichen nicht so leicht zu erkennen war; es zeigte sich, daß in solchen Fällen das Beachten des Operationszeichens besonders zum Bewußtsein kam. Das Ueberblicken ist bei der Vp. G. eine fast ganz regelmäßige Erscheinung bei allen Aufgaben, welcher gewöhnlich, aber nicht immer, ein Ablesen nachfolgt. Gegen Ende der Versuchsreihe wurde auch immer mit dem ersten Ueberblicken ein besonderes Beachten des Operationszeichens verknüpft. Nur einmal kam ein Ablesen vor ohne daß ein Ueberblicken vorausgegangen war, aber es war ganz sinnlos, denn die Aufgabe wurde dabei nicht verstanden; die Vp. meinte, dies Ablesen sei nur ein mechanisches gewesen. Das Schema wurde bei der Auffassung der Aufgabe nur 3 mal benutzt aber als ganz nebensächlich bezeichnet.

Wenn wir zusammenfassen wollen, so können wir folgende Besonderheiten herausheben: 1) Die Aufgabe wird gleich abgelesen. 2) Sie wird nur überblickt und gelegentlich als Ganzes, als Komplex aufgefaßt. 3) Dem Ablesen geht eine Ueberblicken voraus. 4) Das Operationszeichen wird besonders beachtet: dies Beachten erfolgt entweder für sich oder steht in Beziehung zu der vorausgegangenen Aufgabe wobei die Operation als dieselbe oder eine andere bewußt wird. 5) Das Schema wird nur selten angewandt als Projektionsstelle für die aufgefaßten Zahlen. Außer den dargebotenen optischen Bildern kommen obwohl seltener als bei der akustischen Versuchsreihe, während des Ausrechnens noch optische Gedächtnisbilder (Vorstellungen) vor. Sie zeigten bei der Vp. E. die Besonderheit, daß sie von der Art der dargebotenen gedruckten Ziffern waren. Die Vp., welche über ein Schema verfügen, gaben hier entschieden seltener an eine Lokalisation der optisch dargestellten Zahlen im Schema, aber auch das Schema selbst als Veranschaulichungsmittel war nur selten angewandt. Die Vp. A. hatte es nie gehabt, B. sprach davon nur, wenn sie darüber befragt wurde; F. berichtete von einer besonderen Lokalisation aber nicht im Schema sondern in einer geraden Linie. Nur die Vp. G. brauchte ihr Schema verhältnismäßig öfter aber mehr für die Zwischenzahlen und das Resultat als für die optisch gesehenen Zahlen. Die optische Richtung beim Verstehen der Operation kam nur bei der Vp. A. vor, aber seltener als bei der akustischen Versuchsreihe.

Rein akustische Elemente bei der Auffassung sind nur bei der Vp. A. zu konstatieren und sind entweder solche, die nach einem Vorausgehenden Ablesen später wieder reproduziert wurden, oder direkte, nicht durch ein Sprechen eingeleitete akustische Elemente. Im

letzten Falle aber ist es nicht ganz klar, ob sie zu der Auffassung oder zu der Lösung der Aufgabe zu rechnen sind. Die akustisch-motorischen oder sprach-motorischen Bewußtseinsinhalte kommen, wie oben vielfach erwähnt wurde, reichlich bei allen übrigen Vp. außer D. vor, und zwar als Ablesen der Aufgabe oder mancher Teile derselben. Das akustisch-motorische und rein motorische sind dabei schwer zu unterscheiden. Die Vp. A., C., E. und F. zweifelten nicht daran, daß das Akustische regelmäßig vorhanden war, die Vp. B. und G. dagegen bezweifelten es. Sehr schwer sind hier auch die Vorstellungen von den wirklichen Empfindungen zu unterscheiden; selbst die Angabe „innerliches Sprechen“ ist weder immer wirkliches artikuliertes Sprechen, noch als ein nur vorgestelltes anzusehen, denn auf Befragen kam es bei allen Vp. vor, daß sie darüber nicht ganz im klaren waren. Da uns aber nur die Beteiligung der einzelnen Anschauungsgebiete interessierte, sind wir nicht auf die feinere Unterscheidung zwischen Empfinden und Vorstellen eingegangen und begnügten uns damit, die Beteiligung der einzelnen Sinnesgebiete festzustellen.

Die Bewußtseinsinhalte gedanklicher und anderer Art, die wir bei der akustischen Versuchsreihe aufgezählt haben, begegnen uns in verschiedener Ausprägung auch hier. Für das Bedeutungsbewußtsein haben wir hier noch mehr sichere Anhaltspunkte gewonnen, eine Abgrenzung einzuführen. Das Verstehen kann sich nämlich erstens auf die ganze Aufgabe oder einzelne Zahlen erstrecken. Die Vp. faßt das Ganze als einen bestimmten Operationskomplex auf, so etwa die leichteren Multiplikationsaufgaben, deren Lösung oft ohne angebbare Teilprozesse erfolgt. Das kommt aber auch bei allen anderen Aufgaben, deren Lösung eine kompliziertere ist, vor. Es können aber auch die einzelnen Glieder des Operationskomplexes für sich etwa der Größe nach aufgefaßt werden.

Von einer anderen Art ist das Bedeutungsbewußtsein, wenn es sich nur auf einzelne Besonderheiten der Komplexbestandteile, die nur für die betreffende Operationsbeziehung eine Wichtigkeit haben, erstreckt, z. B. nur auf die einzelnen Zahlen oder auf die isolierten Einer und Zehner der beiden in Operationsbeziehung stehenden Zahlen. In solchem Fall kommt es vor, daß nicht die ganze Zahl wohl aber die Bedeutung der einzelnen Ziffer erfaßt wird ihrer Funktion nach, die sie bei der Lösung der Aufgabe bekommen werden. So haben manche Vp. nach dem Ueberblicken der Aufgabe gewußt, ob die Summe der Einer über zehn hinaus reicht, schon bevor sie die Addition wirklich ausgeführt hatten. Bei der Subtraktion, ob das Abziehen der Einer die Zehner des Minnendus zerstören wird, bei der Multiplikation, ob das Resultat ohne weiteres anzugeben ist und bei der Division, ob die Aufgabe ohne Rest aufgeht.

Diese Art der Bedeutungsauffassung wollen wir zum Unterschied von der ersteren als eine funktionelle bezeichnen und das Bewußtsein einer solchen Bedeutung als etwas besonderes von dem allgemeinen Bedeutungsbewußtsein absondern.

Als eine zweite Abart desselben Bewußtseins ganz ähnlich dem Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung tritt hier noch deutlich vor dem Beginn des Ausrechnens das Regelbewußtsein auf. Am deutlichsten war es zu beobachten bei den Aufgaben 65 — 35, 13 × 20 und noch deutlicher bei 77 : 7. Bei dieser Aufgabe war eine Regel im Bewußtsein wirksam, die allgemein für Aufgaben vom Typus $(10\,a + a) : a$ oder $11\,a : a = 11$ gilt. Den bewußten Tatbestand, den wir hiermit andeuten und meinen, haben mehrere Vp. als Regelbewußtsein bezeichnet, darunter auch solche, welche die Arbeit Bühlers nicht kannten (Vp. F. und K.). Was ist dieses Regelbewußtsein? Das eine ist klar, daß nicht die Ziffern ihrem Werte nach die Hauptrolle spielen, sondern daß im Gegenteil die Ziffern für sich nebensächlich sind. Es sind die Eigentümlichkeiten der Gruppe, die da erfaßt werden und die dann immer dasselbe Resultat 11 herbeiführen; es ist immer dieselbe Regel bei der Aufgabe 77 : 7 und 88 : 8 etc. oder bei 65 — 35 und 67 — 37. Aehnlich kann ein Regelbewußtsein auftreten bei den Aufgaben vom Typus 13 × 20. Wir werden aber auch hier nur dann von einem Regelbewußtsein reden, wenn es bewußt wird, daß man allgemein in solchen Fällen nur mit den Zehnern zu multiplizieren braucht. Wenn es sich dagegen nur um den einzelnen Fall handelte, wenn die Vp. nur weiß, daß man in diesem Fall hier der Null wegen nur 2 zu multiplizieren braucht, dann werden wir sagen es lag ein Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung vor. Das entscheidende Moment ist also das, ob die Vp. nur die einzelne Aufgabe bewußt löste, oder ob damit eine allgemeine Lösung einer ganzen Gruppe von Aufgaben mitwirkte. Diese Mitwirkung ist vielfach so, daß die Einzellösung sich erst ergibt aus der allgemeinen Lösung, oder jedenfalls so, daß die Allgemeinheit der Lösung im Bewußtsein nicht erst nachfolgt.

Es ist klar, daß eine und dieselbe Aufgabe einmal Regelbewußtsein, anderesmal nur Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung oder endlich keines von beiden erwecken kann. Und in der Tat zeigen auch unsere Protokolle diesen feinen Unterschied, obwohl wir die einzelnen Vp. nach dieser Unterscheidung nicht besonders befragt haben. So sagte uns bei der Aufgabe 65 — 35 die Vp. F. „ich stellte zunächst fest, daß die Einer in beiden Fällen gleich sind und dann ist mir zunächst gekommen, daß die Differenz eine Zehnerzahl ist und dann erst, daß sie 30 ist“. Die Vp. D. „ich habe bemerkt beim Ueberblicken, daß die letzten Stellen

überein stimmen und mir sofort klar gemacht, daß es eine runde Zahl gibt". Vp. C. „sofort festgestellt, daß die Einer Null ergeben". Bei der Aufgabe 13 × 20 sagte die Vp. A. „ich wußte, daß die Null zunächst gar nicht in die Aufgabe hinein gehört", oder bei 77 : 7 „ich wußte schon, daß ich es aussprechen kann, denn die Aufgaben von solchem Typus geben immer 11 $(10x + x = 11)$". Diese Protokolle zeigen ganz deutlich, daß hier ein Regelbewußtsein im Spiele war. Dagegen ist das Erlebnis der Vp. G. bei der Aufgabe 13 × 20 „ich habe die zweite Zahl angeschaut, um zu sehen, wie ich anfangen soll und sofort gewußt, daß ich in dem Falle die Null vorläufig außer Acht lassen kann" nicht ohne weiteres als Regelbewußtsein zu bezeichnen oder wenigstens nicht nur als solches, da es hier nicht klar ist, ob nur die allgemeine Regel, daß wenn der Multiplikator eine Zehnerzahl ist, man die Null außer acht läßt, oder gleich der besondere Fall zum Bewußtsein gekommen ist, ob also gleich nur die funktionelle Bedeutung der Null bewußt war. Durch besonderes Klarmachen dieses Unterschiedes könnte man vielleicht bessere Aussagen von allen Vp. darüber bekommen und die Frage entscheiden, ob das Regelbewußtsein in manchen Fällen weiter in ein Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung übergehen kann.

Das Beziehungsbewußtsein tritt auch bei dieser Versuchsreihe deutlich zu Tage und ist sicher am meisten durch das Beachten des Operationszeichens zu erklären, denn es tritt, wie die Protokolle zeigen, in der Regel erst nach einer Beachtung des Operationszeichens auf. In wie weit es bei der Auffassung und Lösung der gebotenen Aufgabe eine Rolle spielt, können wir einerseits aus den Angaben über die Auffassung der Aufgabe als eines bestimmten Operationskomplexes ersehen, aber auch aus den Angaben über das Ausrechnen, wo die einzelnen Exempelbestandteile untereinander in bestimmte Operationsbeziehungen gesetzt werden. Die in Operationsbeziehung gebrachten Zahlen sind dabei hauptsächlich durch die optischen Darbietungsziffern repräsentiert, wenn sie zwischen den dargebotenen Zahlen gemeint sind, nur bei der Vp. A. ist es ein paar mal vorgekommen, daß die Operationsbeziehung zwischen den gehörten durch Ablesen der Aufgabe erzeugten akustischen Bildern stattfand, aber auch zwischen akustischen und akustisch-motorischen und vorgestellten optischen Elementen, wenn die Operationsbeziehung zwischen Zwischenzahlen gemeint war. Die Operationsbeziehung zwischen abgelesenen Zahlen ist nicht nur auf die optischen Bilder zu beziehen, d. h. die in Operationsbeziehung gesetzten Zahlen sind nicht nur durch die optischen Ziffern sondern auch durch die akustisch-motorischen, durch das Ablesen erzeugten Elemente repräsentiert. Solche Repräsentationen sind von den rein optischen zu unterscheiden haupt-

sächlich dadurch, daß die letzteren durch ein besonderes Fixieren, Hinstarren auf die optischen Ziffern charakterisiert sind; die durch die fixierten Zeichen repräsentierten Zahlen sind in einer Operationsbeziehung gebracht, dagegen wenn die Zahlen abgelesen wurden, ist für die Beziehungsetzung nicht immer ein neues Fixieren der optischen Bilder notwendig. Aber auch hier waren während des Ausrechnens manche in Beziehung gebrachten Zahlen nur durch eine Intention im Bewußtsein gegeben. So z. B. die Zwischenzahlen, welche durch keine anschaulichen Inhalte im Bewußtsein vertreten waren. Die Operationsbeziehung wird in der Regel durch das Verstehen des Operationszeichens bestimmt, es kommen aber ein paar Fälle vor, wo sie auch durch die aufgefaßten Zahlen determiniert war. So sagte z. B. die Vp. B. gelegentlich die Auffassung des Operationszeichens sei nur eine Bestätigung für die als natürlich gedachte Addition gewesen. Aber auch die vorausgegangene Operationsbeziehnung ist oft dafür von Wichtigkeit. So gaben manche Vp. an (A. S. 44), daß die Operation als gleich oder verschieden von der vorausgegangenen aufgefaßt wurde, und bei der Vp. B. und G. kam es je einmal vor, daß das Operationszeichen gar nicht beachtet und einfach die vorausgegangene Operation vollzogen wurde.

Der Größeneindruck kam während dieser Versuchsreihe entschieden seltener vor als bei der ersteren, was daher kommt, daß hier die Auffassung der Zahlen häufiger eine ziffermäßige ist. Damit hängt auch zusammen, daß die Vp. B. die Zahlen mit 9, 8 oder 7 in den Einern für groß hielt. Das zeigt eben, daß der Größeneindruck auch durch die Größenauffassung der einzelnen Ziffern bedingt sein kann. Die Vp. F. und G. haben insoweit einen Größeneindruck erlebt, daß sie wie oben erwähnt, öfter das Schema zur Lokalisation der Zahlen gebraucht haben, und damit ist bei ihnen immer auch ein Größeneindruck gegeben.

Außer dem bisher besprochenen begegnet uns öfter hier der Bekanntheitseindruck, was dadurch zu erklären ist, da manche Aufgaben schon bei den vorausgegangenen drei akustischen Versuchsreihen vorgekommen waren. Dazu ist zu bemerken, daß sie nur selten vollständig wiedererkannt waren und nur als nicht fremd, etwas bekannt erschienen. Ein Bekanntheitseindruck wurde gelegentlich auch bei Aufgaben angegeben, welche in Wirklichkeit zum ersten Male vorgelegt waren, da mag vielleicht ein analoger Fall zu dem auch im gewöhnlichen Leben oft vorkommenden durch Aehnlichkeit veranlaßten Verkennens vorliegen.

3. Das Aussprechen des Resultates

bietet in dieser Versuchsreihe nur insoweit eine Besonderheit als es hier besonders bei Additions- und Subtraktionsaufgaben ziemlich häufig Zahl für

Zahl gewonnen und ausgesprochen wurde d. h. es wurden die Einer des Resultates ausgesprochen, bevor die Zehner berechnet waren. Trotzdem kam es auch in solchen Fällen vor, daß die ungefähre Größe des Resultates noch vor der Berechnung bewußt war; so z. B. wußte die Vp., daß es in der Nähe von 100, unter oder über 100 liegt. Sonst war der Größeneindruck auch von dem Resultat seltener erlebt als bei der akustischen Versuchsreihe; nur bei der Vp. G. war es eine regelmäßigere Erscheinung, indem sie mit oder nach dem Aussprechen des Endresultates dasselbe auch im Schema sah oder dachte. Die Sicherheit des Aussprechens war im allgemeinen dieselbe wie früher, auch die vorgekommenen Fehler sind derselben Art. Nur die Vp. C. bietet uns einen interessanten Fall; ein Fehler kam bei ihr dadurch zustande, daß sie bei der Aufgabe 65 — 35 die Einer anstatt der Zehner der ersten Zahl mit den Zehnern der zweiten in Subtraktionsbeziehung brachte, auf diese Weise entstand das falsche Resultat 20. Das wäre kaum möglich gewesen, wenn nicht die optischen Bilder dagewesen wären. Auch über die Nachperiode wüßten wir hier nicht viel neues anzugeben. Im allgemeinen ist das Verhalten der einzelnen Vp. während der Nachperiode nicht verändert, wenn man absieht von der feineren Selbstbeobachtung, welche unter anderem eine natürliche Folge der Uebung war.

Kapitel III.

Versuche über die Zahlen- und Operationsauffassung.

§ 10. Die Notwendigkeit und die Art der Versuche.

Wir hatten schon vor dem Beginn der Versuche vermutet, daß eine komplette Darbietung der Zahlen und der Operationen auch eine komplette Auffassung derselben entstehen lassen wird. Das bestätigte sich dann auch, wie wir gesehen haben. Es befriedigte uns daher die Aussagen über die Zahlen- und Operationsauffassung nicht vollständig, weil sie über die Operation und die zweite Zahl vielfach ganz und gar fehlten oder nur mangelhaft und unsicher zu geben waren und dann auch, weil die Auffassung der Zahlen und Operationen häufig nicht zu trennen waren. Als wir dann nach einer Methode suchten, welche uns eine getrennte Auffassung der Zahlen und der Operationen ermöglicht, da fielen uns die Fälle auf, wo sich schon in der Vorperiode eine Operation eingestellt hat (S. 20). In solchen Fällen stellte sich häufig eine besondere Aenderung im Verhalten der Vp. ein. Die Vp. berichtete dann von einer völligen inneren Umstellung die sie erlebte; solche Erlebnisse schienen uns günstig für die Erforschung der Operationsauffassung und wir suchten sie daher durch das Experiment zu erzeugen. Wir wollten also die Darbietung der Zahlen von der Darbietung der Operation trennen. Dafür boten sich, wie man sieht, zwei Möglichkeiten: 1) man gibt die Zahlen voraus und bestimmt, nachdem sie aufgefaßt sind, erst die Operationsbeziehung oder 2) man gibt die Operationsbeziehung voraus und bestimmt dann erst, zwischen welchen Zahlen sie zu vollziehen sei[1]). Dieselben zwei Versuchsreihen wurden auch bei optischer Darbietung gemacht. Da die zwei akustischen wie die zwei optischen Reihen Erlebnisse enthalten, die für die Zahlenauffassung sowie die Operationsauffassung von Interesse sind, behandeln wir im Folgenden erst die zwei akustischen und dann die zwei optischen Versuchsreihen für sich.

---

1) Symbolisch können wir die erste Reihe durch die Formel a (1. Zahl), b (2. Zahl), O (Operation) und die zweite durch die Formel O, a, b bezeichnen; die bisher besprochenen einleitenden werden dann als a, O, b Reihen erscheinen.

A. Die akustischen Versuchsreihen a, b, O und O, a, b.

§ 11. Anordnungen, Instruktionen und Protokollbeispiele.

Unter den gleichen Umständen, unter welchen die zuerst besprochene akustische Versuchsreihe ausgeführt war, wurden auch die jetzt zu besprechenden Versuchsreihen gemacht. $^1/_2$—1 Sek. nach dem Signalwort „jetzt" wurden bei der Versuchsreihe a, b, O die Zahlen deutlich und mit gleicher Betonung vom Versuchsleiter gesagt, bald darauf (etwa 1 Sek.) folgte die Operationskopula etwas mehr betont. Dabei wurde jede Versuchsstunde durch folgende Instruktion eingeleitet: „Sie werden zwei Zahlen hören und dann die Operation (d. h. Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren oder Dividieren), rechnen Sie bitte langsam und suchen Sie nachher den Prozeß des Rechnens genau zu beschreiben".

Bei der Versuchsreihe O, a, b folgte $^1/_2$—1 Sek. nach dem Signalwort die Operationskopula auch etwas betont und etwa 1 Sek. darauf die Zahlen deutlich und mit gleichmäßiger Betonung. Nur in einzelnen Versuchen (gewöhnlich bei den Vorversuchen) habe ich manche Zahl absichtlich betont; es zeigte sich, daß diese Zahlen, ja sogar Teilzahlen (Einer oder Zehner) auch besondere Beachtung fanden[1]. Die Instruktion lautete hier: Ich werde Ihnen erst die Operation und dann die Zahlen sagen, rechnen Sie bitte langsam und suchen Sie die Auffassung der Aufgabe sowie den Prozeß genau zu beschreiben". Ein Paar Versuche mit der Vp. A. wurden gemacht bei einer Instruktion, in welcher „die Auffassung der Aufgabe" fehlten. Die Aussagen über die Auffassung waren etwas mangelhafter, deshalb habe ich die genannten Worte eingeschoben, deren Wirkung sich auch bei allen Vp. zeigte. Die Reaktionszeit wurde auch hier von dem Zeitmoment an gemessen, wo die ganze Aufgabe dargeboten wurde. Unsere Tabellen IV und V zeigen die mittleren Reaktionszeiten für die schwierigen Additions- und Subtraktionsaufgaben sowie für alle Multiplikationen und Divisionen dieser Reihen. Bei der Versuchsreihe a, b, O (Tab. IV) ist die mittlere Additionszeit nur für die Vp. A. und E. größer als die mittlere Subtraktionszeit und für die Vp. E. und G. ist die Multiplikationszeit größer als die Divisionszeit. Bei der Versuchsreihe O, a, b ist dagegen die Additionszeit bei allen Vp. kleiner als die Subtraktionszeit; bemerkenswert ist dabei, daß auch die Streuung hier etwas kleiner ist. Wiederum ist die mittlere Multiplikationszeit für die Vp. E. und G. größer als die mittlere Divisionszeit.

---

1) Eine systematische Anwendung dieser Betonung könnte vielleicht mit Erfolg angewendet werden, um der Vp. gewisse arithmetische Regeln zum Bewußtsein zu bringen.

Das ist hauptsächlich dadurch zu erklären, daß die Vp. E. und G. das große Einmaleins sehr gut beherrschen, aus welchem auch die Divisionsaufgaben entnommen sind. Beide Tabellen IV und V verglichen, zeigen, daß im allgemeinen die Aufgaben O, a, b (Tab. V) größere Reaktionszeiten aufweisen.

Tabelle IV (a, b, O).

	Addition			Subtraktion			Multiplikation			Division		
Vp.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.
A.	15	6,64	2,22	15	3,75	0,67	15	2,43	1,04	15	3,10	1,75
D.	8	3,80	0,80	8	5,40	2,80	8	3,32	1,07	8	3,66	2,70
E.	8	3,46	1,94	8	2,80	1,00	8	1,46	0,84	8	1,18	0,81
G.	10	2,00	—	10	2,80	0,80	10	2,00	0,40	10	1,60	0,66

Tabelle V (O, b, a).

	Addition			Subtraktion			Multiplikation			Division		
Vp.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.
A.	15	3,90	1,93	15	5,45	1,39	15	1,96	1,05	15	3,36	1,68
D.	8	5,10	1,10	8	7,00	2,66	8	3,22	1,72	8	5,78	3,15
E.	8	2,80	1,20	8	5,40	1,40	8	1,62	0,78	8	0,64	0,25
G.	8	2,80	0,20	8	3,26	0,48	8	2,26	0,63	8	1,88	0,19

Wie die Erlebnisse der beiden Versuchsreihen von den einzelnen Vp. beschrieben werden, ersieht man aus den nachfolgenden Protokollen. Der Unterschied zwischen den zwei parallelen Versuchsreihen wird durch einen Vergleich besser auffallen. Deshalb gebe ich hier für jede Versuchsperson 2 Protokolle wieder aus der ersten und 2 aus der letzten der beiden Versuchsreihen. Auf diese Weise wird man eine Einsicht in die Veränderung des Verhaltens der einzelnen Vp. gewinnen.

Vp. **A.** Aufgabe 58, 28 Addieren: „Ich habe die beiden Zahlen gesehen, nebeneinander geschrieben, und als Sie sagten Addieren, habe ich das verstanden mit Hilfe einer Richtung nach oben. Es war eine räumliche Richtung, die nicht irgend wie mit den vorher gesehenen Zahlen im Zusammenhang stand, ich meine das Optische der gesehenen Zahlen und das Optische dieser Richtung hatten nichts mit einander gemein. Dann trat ein Moment Pause ein. Da wurde mir die Aufgabe klar bewußt,

dann ging ich von 5—7. Das habe ich nicht optisch vollzogen an den gesehenen Zahlen, sondern mit Hilfe des akustischen Wahrnehmungsbildes, ich habe nun ausgesprochen 78; dann griff ich zurück zu der 8 in 28, wieder akustisch; dann vollzog ich den Achterschritt mit Hilfe eines optischen Schemas: es war ein vertikaler Strich. Die zu addierende acht wurde nach oben getragen, wobei sie in charakteristischer Weise gebrochen wurde. Die 6 kam mir akustisch. Ein optisches Bild des Punktes für 16, für die 6 nach 10 hatte ich nicht gehabt. Das Aussprechen von sechsundachtzig erfolgte nach einem Weitergehen um 10 von 70 aus, aber das kann ich nicht näher beschreiben, es ist einfach ein mechanisches Weitergehen“ (7). — Aufgabe 56, 35 Subtrahieren: „Mit 56 Eindruck, mittelgroß. Als ich 35 hörte, so kam ungerufen die Tendenz zu addieren. Als sie sagten Subtrahieren, so veranlaßte das eine Umstellung nach der entgegengesetzten Richtung. Ich wollte es sofort aussprechen, aber es ging nicht, da machte ich es in Teilen. Von 5 kam ich auf 2 und von 6 auf 1, das sprach ich dann aus. Ich glaube es wohl, daß ich es akustisch gehabt, gesehen habe ich es nicht“ (4, 2). — Addieren, 32, 39 Antwort: 69 Pardon 71: „Ich habe die Addition ohne besondere Bewußtseinsinhalte, die ich angeben könnte, verstanden. Als Sie 32 sagten, da ging ich von da aus in die Höhe der Aufgabe entsprechend. Ich sagte erst 69 als Ergebnis der ersten Addition, daß ich laut aussprach, das war nur ein lapsus linguae das sollte leise sein“ (1, 8). — Aufgabe Multiplizieren, 43, 3. „Verstanden ohne Besonderheiten, die Zahlen haben sich gleich so geordnet als ob ich gehört hätte mal 3. Ich hörte dann 120 und wollte von da aus um 12 weiter gehen; ich hatte aber das Bewußtsein, daß es falsch ist und reproduzierte in Ihrer Stimme 43 mit Betonung der 3, darauf hörte ich 9 als Ergebnis der neuen Multiplikation; bei dieser war die drei nicht reproduziert, ich meine die einzelne 3 (des Multiplikators) das war von der Wahrnehmung her noch verfügbar und ich sprach dann aus 129. Die Addition war nur ein Zusammensprechen der beiden vorher gehörten Zahlen, nicht eine eigentliche Operation, sie steckte in dem Aussprechen“ (4, 8).

Vp. **B.** Aufgabe 35, 2 Dividieren. „Durch die 35 wurde ich an 37 erinnert (es ging die Aufgabe voraus 37, 2 Multiplizieren). Bei 2 dann gleich Multiplikation angenommen und vollzogen, für leicht gefunden. Die Multiplikation ist gar nicht gesprochen worden, es geschah ohne Worte, 70 kam als Wort erst nachher. Der ganze Vorgang war stark lustbetont. Das Dividieren kam mir etwas schwer vor. Es war sofort als selbstverständlich, daß es nicht aufgeht. Dann ein Moment Ratlosigkeit, wo überhaupt nichts passierte nur die Aufgabe immer noch als wirklich schwer vorschwebte: ich weiß nicht wie 34 kam, aber sie war mir als 2 × 17 bekannt, ich wußte einfach, daß es 17 sein muß, dann wußte ich, daß noch ein halb bleibt“. Auf Befragen fügt Vp. noch hinzu: „mit der Multiplikation war eine Richtung nach größeren Zahlen und bei Dividieren die umgekehrte Richtung in Schema (17″)“. — Aufgabe 70, 27, Subtrahieren: „bei 70 eine Ueberraschung über die Größe und bei 27 spezieller bei 7 der 27 noch mehr. Dann überlegt was kommen wird. An Multiplikation gedacht, aber das würde sehr schwer sein (die vorausgegangene Aufgabe war: 27, 3 Multiplizieren). Als Subtrahieren kam, Erleichterung und gleich angefangen mit der Absicht, schnell zu rechnen. Ich sprach 70 weniger 27, aber weniger sehr schwach. Erst auf die 20 (d. 27) geachtet und dann 50 gesprochen. Dann komplett 50 vorgestellt aber nicht gesprochen und darauf 43 gesprochen. Erst nachher war die Verschiedenheit der Zahlen 50 und 43 klar bewußt“. (5,4″). — Dividieren 88, 13 = 5. „Bei Dividieren gedacht, das mußte kommen; die beiden Zahlen zusammen aufgefaßt und gleich als Divisionskomplex, die einzelnen Zahlen nicht als selb-

ständig aufgefaßt. 88 war im Schema, 13 nicht, die Größe aber bewußt. Dann gleich die Unmöglichkeit erkannt zu sehen wie man es berechnet und gedacht: stumpfsinnig ausrechnen kann man es nicht. Wenn es nicht aufgeht, dann muß ich überhaupt darauf verzichten; dann überlegt, wie man denn das ausfinden kann, da fiel mir die Zahl 5 ein. Gesehen, daß man ausprobieren muß und versuchte 5 × 10, 50, das habe ich gesprochen, weiter aber nicht gekommen. Dann gedacht, das stimmt schon und einfach 5 ausgesprochen, dann gleich gesehen, es kann nicht stimmen, denn 5 ergibt 15, an 6 gedacht aber nicht kontrolliert ob es aufgeht" (5,6). — Multiplizieren 22, 4. „Multiplizieren antizipiert, das kann kommen. Als es wirklich kam, besonderes Gefühl. Dann von 22 ein akustisches Nachbild aufgefallen. Als 4 kam, ziemlich lebhafte Freude. Der Prozeß war leicht, ohne Sprechen und durch scharfes Fixieren durchgeführt" . . . (3).

Vp. C. Aufgabe 58, 28, Addieren: „Die Zahlen zunächst nicht optisch repräsentiert nur akustisch. Dann als Sie addieren sagten, schienen sie sich untereinander zu stellen, da hatte ich das Bewußtsein der Bewegung von rechts nach links, damit das Bewußtsein von 7, dann das Bewußtsein, daß ein Zehner von den Einern herüber kommt und dann sofort 86 gesprochen" (3). — 16, 8, Multiplizieren. „Wie die Zahlen kamen, hatte ich eine unbestimmte Tendenz nach einer anderen Operation, nicht aber Multiplikation, dann als Multiplizieren kam, momentanes Anhalten und sofort Gedanke es gibt eine größere Zahl". Dann gleich ausgesprochen 128, welche während des Aussprechens gebildet wurde. Dabei war 4 im Bewußtsein, ich glaube das bestimmt: von 8 × 6 ist 48, dagegen wurde die Addition 8 + 4 (Zehner) = 12 nicht ausdrücklich vollzogen. Es scheint mir, es waren nur ein paar Fragmente der Operation im Bewußtsein. Die Zahlen waren optisch aber wieder nur andeutungsweise, sie waren lokalisiert" (3). — Aufgabe, Subtrahieren, 51, 27: „ich habe hier auch sofort durch die Nennung der Operation eine viel sicherere und klarere Bestimmung gehabt. Die erste Zahl faßte ich unwillkürlich als Subtrahendus auf. Dann wie die zweite Zahl kam, habe ich sie in Gedanken untereinander gesetzt, mit diesen schwachen optischen Bildern ohne korrekte Versinnbildung der Ziffern und der bloße Blick darauf genügte. Die vier kam zuerst und das andere kam gleich danach, die 2. Es war in diesem kurzen Moment enthalten: 1) Die Ueberlegung, daß hier von den Zehnern etwas abzuziehen ist und 2) die Ueberlegung, daß von den Einern 4 genommen ist und dann kam mir das Resultat. Alles das war ein blitzartiges Denken daran, ich muß es jetzt explizieren, es ging momentan und rasch vor sich" (2″). — Dividieren, 57, 19 „So wie mir die Zahlen genannt waren, fing ich zu rechnen an. Dann kam mir sofort die Idee 3; ich dachte, das wäre zu groß und versuchte es mit 2, bildete 38 und sah, daß noch 19 als Rest übrig bleibt und sagte dann 3. Die Zahlen wieder unbestimmt optisch in einem Fixationspunkt gegeben" . . . (4,4).

Vp. D. Aufgabe 57, 19 Dividieren „Ich dachte wieder an 25 und wußte, daß ich immer daran denke. Wie Sie 57 und 19 sagten, ist mir allerhand vorgekommen, ich dachte Addieren, Subtrahieren oder Dividieren. Und als Sie Dividieren sagten, ist mir gleich 3 gekommen. Ich sah, daß 9 und 3 27 gibt, also als Zwischenzahlen sind 27 und auch flüchtig 30 bewußt gewesen" (4). — 72, 40 Subtrahieren. „Ich habe vorher an 28 gedacht, wie Sie mir 72 und 40 nannten, habe ich an Subtraktion gedacht. Daß es 32 ergibt, das habe ich zuvor gewußt ohne nähere Berechnung, habe aber eine kleine Pause gemacht und dann langsam gesprochen" (1,2). — Multiplizieren 28, 3: „Ich hatte an Addition oder Subtraktion gedacht, bei Multiplizieren hatte ich eine optische Vorstellung von einem Punkt (Multplikationszeichen). Die 28 habe ich auf ihre Schwierigkeit betrachtet, sie

schien mir weder schwer noch leicht. Ich hatte 60 und 24 ausgerechnet. Ich habe mich erst versprochen 83 statt 84, das kommt von dem Beachten der 3 in 3 × 8, noch während des Aussprechens fiel mir ein, daß es nicht richtig war“ (5). — Addieren 26, 37. „Beim Addieren gedacht, daß es schon oft vorher da war. Bei der Aufgabe war ich nicht mit voller Aufmerksamkeit, ich habe etwas nachlässig gerechnet. Daß es 60 gibt, das ist mir gleich eingefallen, denn ich habe mir klar gemacht, daß 20 und 30 50 gibt und wegen der Einer noch 1 sind 60, 63 . . .“ (4 Sek.) (Vp. war etwas müde).

Vp. E. Aufgabe 35, 2 Dividieren. „35 fiel mir nicht auf aber mit 2 dachte ich an Multiplikation und fiel mir die Zahl 70 ein und mit dividieren gleich ein Ruck und die Zahl $17^1/_2$. Es war ganz geläufig, die Zahlen habe ich vor mir gesehen . . .“ (1,4). — 40, 28 Subtrahieren: „Ein starkes Gefühl der Hemmung wurde erzeugt durch die Anfangstendenz zu addieren. Ich hatte schon dieselbe vollzogen und als Sie Subtrahieren sagten, da mußte ich zurückgehen. Ich habe gerechnet 40 — 28 ist 12 und nicht 28 + 12 ist 40, das letzte wäre etwas leichter. Die intendierte Addition wurde auch ohne Zerlegung vollzogen. Bei der Subtrahierung ein Gefühl der Entäuschung und auch ein Wiederwille“ (3,8). — Aufgabe Multiplizieren 3, 17: „Multiplizieren überraschte mich etwas; ich weiß aber nicht recht warum; ich war offenbar in der Einstellung unbestimmt oder vielleicht auf die vorige Operation eingestellt, also auch Division. Die Antwort hätte ich geben können, bevor ich das ganze Wort Siebzehn gehört habe“ (0,8). — Addieren, 26, 37. „Die Einstellung war eine besonders energische . . . Die Aufgabe faßte ich ohne weiteres auf und rechnete 26 und 30 und dann 7 dazu. Alle diese Zahlen zum Bewußtsein gekommen. Die Zahlen optisch gegenwärtig. Zwischenzahlen 56, 30. Die Zerlegung der 37 ist unwillkürlich geschehen ohne einen besonderen Akt. Auch die Zwischenzahlen optisch gegeben“ (4 Sek.).

Vp. F. Aufgabe, 37, 2 Multiplizieren: „In der Vorperiode ein gewisses unruhiges Wandern im Schema, ein Suchen. Die Zahl 37 wurde ziemlich langsam lokalisiert, 2 wurde sofort lokalisiert und zwar merkwürdiger Weise als Strecke von 37 auf 39. Die letzte (Zahl 2) sehr stark sprach-motorisch gegenwärtig und dann die Operation erkannt als eine schon bekannte und rein auswendig 74 gesagt und zwar war sie zunächst geschrieben, ich meine so, daß sie auf einer Linie stand und dann sehr stark spachmotorisch“ (0,8). — 51, 39 Addieren. „51 sofort lokalisiert und ich war bereit zu konstatieren, daß es 3 × 17 ist; 39 ebenfalls lokalisiert und selbstverständlich war ich sofort daran die Distanz zu messen aber ich hatte die Zahl 12 noch nicht. Wie Sie sagten Addieren, dann addierte ich zunächst 9 aber bevor ich mit dieser Operation fertig war, versuchte ich um 30 weiter zu gehen, dadurch eine Sicherheit im ganzen Prozeß und ich mußte nochmal zurückgehen um auf die 60 zu kommen und dann noch eine gewisse Kontrolle, dann war ich sicher, daß 60 und 30 90 ist . . .“ (2). — Subtrahieren 70, 27. „Subtrahieren lößte einen Gedanken an die doppelte Möglichkeit dieser Operation. Eine gewisse Erwartung, wie ich es diesmal machen werde. 70 war sofort lokalisiert und blieb akustisch sehr stark in Erinnerung, 27 war lokalisiert und ich empfand eine Schwierigkeit in der Verknüpfung dieser beiden Punkte, die soweit von einander entfernt liegen. Ich führte die Operation aus von 27 auf 30 d. h. diese Operation ist nie auf einzelne Zahlen gestellt, sondern 7 auf irgend eine Zehnerzahl soll 3 geben nicht lokalisiert. Erst dann auch die Lokalisation auf 30; ich besann mich auf die Distanz zwischen 70 und 30; schwankte zwischen 50 und 30 und habe mich auf 40 festgelegt. Eine bestimmte Bekanntheit war dabei, aber ich hätte nicht sagen können, daß die Aufgabe schon einmal da war“ (sie war tatsächlich schon zum dritten male da) (3″). — Dividieren 57, 19. „Bei Dividieren sah ich deutlich die zwei Punkte (Divisionszeichen) 57 war lokalisiert, 19 auch aber ganz

blaß nur um die Zahlen festzustellen, und dann habe ich rein auswendig das Resultat angegeben. Die umgekehrte (inverse) Operation 3 × 19 war nicht bewußt“ (0,2).

Vp. G. Aufgabe 43, 3 Multiplizieren — Antwort 139. „43 optisch gesehen im Schema 3 auch optisch gesehen aber nicht im Schema sondern ziemlich nahe unten in der Nähe, wo sie im Schema hingehört. Inzwischen ist nichts mit den Zahlen geschehen. Mit dem Multiplizieren da ging einfach ein sprach-motorischer Prozeß los. Was außerdem im Bewußtsein war, weiß ich nicht, dann sprach-motorisch 3 × 3, 9, da sah ich 3 × 4, 12, 1, 13 und dann las ich die Antwort ab d. h. 13 habe ich im Schema gelesen aber 9 war noch nicht da“. Im Englischen spricht man ja 100, 30 und 9“ (2,8)[1]. — 83, 49 Subtrahieren. „83 optisch gesehen im Schema, 49 gesehen im Schema, bevor die Operation kam; sobald ich Subtrahieren hörte, sah ich die 49 unter dem 83 aber mit dem Bewußtsein, wo sie in meinem Schema hingehört . . . da sah ich die zwei Zahlen an, besonders zuerst die zwei rechten Ziffern und sah, daß die obere Zahl kleiner war als 9 aber die Subtraktion habe ich nicht durchgeführt nur das Bewußtsein gehabt, wie es ungefähr geht. Dann sah ich die linken Ziffern an die 8 und 4 und sagte ausdrücklich 4 und dann 3 mit dem Bewußtsein 4 weniger 1 ist 3; das war teils sprach-motorisch teils optisch, das Sprachmotorische war das Ursprüngliche. Auch die Antwort 3 sprach-motorisch. Dann las ich gleich die 3 als 30 und meine Aufmerksamkeit nach dem Ort im Schema gegangen. Dann sah ich die rechten Ziffern an und bildete von 3 und 9 4 als zur Antwort gehörig. 34 habe ich während dessen optisch im Schema gesehen und gleich ausgesprochen (4″). — Aufgabe Addieren, 50, 32. „Ueber die Auffassung der Aufgabe (Operation) selbst gibt es nicht viel zu sagen, etwas Anschauliches aber sehr wenig und undeutlich. Das Anschauliche war optisch und in der Form von 2 Zahlen übereinander und die Antwort nach oben höher, ich wußte was ich machen soll. Diese 50 habe ich im Schema gesehen, die 32 nicht im Schema sondern gleich oberhalb von 50, sofort ist meine Aufmerksamkeit weiter nach oben gegangen mit dem Bewußtsein, daß irgendwie 32 Zwischenglied ist zwischen 50 und der Antwort; das war in einem Moment überblickt, dann die zwei Zahlen angesehen und die Antwort abgelesen“ . . . (0,8″). — Dividieren, 72, 24. „Dividieren aufgefaßt durch Vergegenwärtigung des Divisionsschemas. Auch das Bewußtsein war da, daß die Antwort im gewöhnlichen Schema unten liegen würde. Etwas Angst, daß die Aufgabe schwer sein kann wie vorhin und habe mich zusammen genommen. Dann hatte ich 72 im Divisionsschema, die 24 rechts nach dem Divisionszeichen, dann dachte ich zuerst im allgemeinen, das ist eine bekannte Zusammensetzung, es geht wahrscheinlich auf. Dann sah ich 4 und 2 an und 3 kam mir sofort in's Bewußtsein und zwar sprachmotorisch, dann fing ich zu multiplizieren an, um zu sehen, ob es richtig ist: 3 × 4 ist 12, dann hörte die Multiplikation auf; ich sah noch die 3 und 2 und wußte, daß 1 mehr mit 7 von 72 stimmt, ich sagte sofort 3“ . . . (2).

Wir finden hier vieles von dem wieder, was wir schon besprochen haben. Das werden wir, um Weitläufigkeiten zu vermeiden, natürlich nicht wiederholen. Wir werden vielmehr nur zu zeigen haben, welche Bewußtseinsinhalte sich geändert haben, welche neu aufgetreten sind und in soweit die merklichen Veränderungen durch die Instruktionen verstehen lassen. Dadurch werden wir das, was wir früher über die Auffassung der Zahl und der Operation sagten, ergänzen.

---

1) Der Fehler kam dadurch, daß die Vp. zu dem Resultat 12 (aus 3 × 4) mechanisch eins hinzusetzte.

§ 12.

Die Vorperiode.

Das Verhalten während der Vorperiode dieser zwei Versuchsreihen ist dasselbe wie bei der ersten. Die Instruktionen wurden von allen Vp. gleich verstanden und brauchten in der Regel während der Vorperiode nicht extra reproduziert zu werden. Die Vp. A., C., G. zeigten das normale Verhalten (S. 20), die Vp. E. und F. haben sich insofern geändert, daß bei der Vp. E. nur selten Antizipieren einer Operation in der Vorperiode eintrat, und Vp. F. gab nur ein paarmal an Unruhe, Vergegenwärtigung der Zahlenreihe und Antizipieren einer Operation; die Vp. B. und D. dagegen weisen auch hier das für sie bei der einleitenden akustischen Reihe als charakteristisch hervorgehobene Verhalten auf. So berichtet die Vp. B. während der Versuchsreihe a, b, O unter anderem: „In der Vorperiode Erinnerung an die Instruktion ohne Worte“ oder von einem ausdrücklichen „Vergegenwärtigen“, „Ueberschauen“ der Zahlen, von einem „Ueberfahren mit den Augen“ der ganzen Zahlenreihe, wobei durch Selbstbeobachtung oft die ganze Einstellung geschädigt wurde. — Auch bei der Vp. D. kamen bei der Versuchsreihe a, b, O dieselben Erscheinungen vor wie bei der ersten Reihe. Von den 40 Aufgaben, die sie hier gelöst hatte, gibt sie bei 23 an, daß sie in der Vorperiode an 2 Zahlen gedacht hat, wobei sie sich nur dreimal nicht erinnern konnte, was für Zahlen es waren, und bei den übrigen sagte sie oft, sie hätte auch früher an dieselben gedacht. Und wirklich traten oft nacheinander aber manchmal aber auch nach ein paar Tagen wieder dieselben Zahlen ein. Befragt darüber, wie die Zahlen im Bewußtsein repräsentiert waren, sagte die Vp. oft, „sie waren abstrakt da“, „ich habe bloß daran gedacht“; nur zweimal hat sie eine solche Zahl lokalisiert gesehen: einmal als Hausnummer an der Kuppel der alten Universität (Würzburg), wo sie zufälliger Weise hingeschaut hat, und ein anderes Mal auf der Wand. Bemerkenswert ist dabei, daß diese ohne angebbare Reproduktionsmotive auftretenden Zahlen beim Auffassen und Rechnen überhaupt keine Rolle spielen. Sie greifen weder störend noch helfend ein, selbst dann nicht, wenn eine Aehnlichkeit oder Identität zwischen ihnen und den dargebotenen Zahlen besteht. Es scheint mir, daß man diese Zahlen als Charakteristikum einer bestimmten Einstellung der Vp. ansehen kann, denn wenn man diejenigen Fälle betrachtet, wo keine solche Zahlen vorkommen, wird man gleich bemerken, daß die Vp. entweder gar nicht bei der Sache war (sie sagte: „ich war zerstreut und habe an nichts gedacht“), oder daß sie im Gegenteil von der Aufgabe sehr in Anspruch genommen war, was auch eine besondere Einstellung

verlangte. — Bei der Versuchsreihe O, a, b hat sich das Verhalten der Vp. B. insofern geändert, daß sie sich in der Regel in der Vorperiode auf eine bestimmte Operation einstellte und die Zahlenreihe nicht besonders vergegenwärtigt hatte. — Die Vp. D. hat sich hier bei den ersten sieben Versuchen auch auf eine bestimmte Operation eingestellt, weiter aber trat das schon beschriebene Phänomen wieder auf, daß ihr fast regelmäßig einige Zahlen gegenwärtig waren. — Wenn die Einstellung in der Vorperiode auf eine andere Operation ging als diejenige, welche wirklich kam, trat bei der Vp. B. und D. gewöhnlich eine Ueberraschung ein. Aehnliches wurde übrigens auch von den Vp. E., F. und J. berichtet: „Als die Operation kam, war ich überrascht“, als ob die Vp. eine andere Operation erwartet hätte, welche aber im Bewußtsein nicht gegenwärtig war. Das bringt mich auf den Gedanken, daß eine spezielle Einstellung vorhanden sein kann ohne durch besondere Bewußtseinsinhalte repräsentiert zu sein, (mit Lipps) auch eine solche Einstellung kann unbewußt existieren. Eine solche Einstellung ist nicht unerklärbar; es sind für ihr Zustandekommen vor allem die vorausgegangenen Aufgaben von Bedeutung.

Wenn wir nun fragen, welche Veränderungen haben denn die neuen Instruktionen in der Vorperiode hervorgerufen, so können wir für die Vp. B. mit Sicherheit feststellen, daß sie bei der Versuchsreihe a, b, O mehr die Zahlenreihe in Bereitschaft hat. Dagegen trat das bei der Versuchsreihe O, a, b zurück und statt dessen antizipierte sie öfter eine bestimmte Operation. Eine ähnliche Wirkung ist auch für die Vp. D., E. und J. bei der Versuchsreihe O, a, b nicht aber bei a, b, O mit Sicherheit nachweisbar. Diese Fälle zeigen, daß die durch die Instruktion mitgeteilte Ordnung auch in der Erwartung sich abspiegelte, wenn zuerst Zahlen erwartet wurden, bringt die Vp. (B.) Zahlen in Bereitschaft, wenn eine Operation, antizipiert sie eine Operation.

§ 13.

Haupt- und Nachperiode.

1. Allgemeines.

Der zweite Teil der Instruktion enthält vor allem die Aufforderung, langsam zu rechnen. Das Wort „langsam“ war nur während der einleitenden Versuche ein paarmal bei der Ausrechnung gegenwärtig und bewirkte eine Verlangsamerung des Prozeßverlaufs, sonst zeigte sich seine Wirkung während der anderen Versuchsreihen in keinem Falle merklich determinierend. Die Aufforderung zu rechnen aber bedingt das allgemeine Bestreben zu rechnen, welches auch bei den jetzt zu be-

sprechenden Versuchen deutlich zu Tage tritt. Bei den einleitenden Versuchen haben wir gesehen, daß dies Bestreben dann seiner Art nach eine nähere Determination erfuhr, das heißt, man war bestrebt zu addieren, subtrahieren etc. Dies geschah bei manchen Vp. vorzeitig und war bedingt durch die Erlebnisse der Vorperiode oder (nur selten dort) durch die Auffassung der ersten Zahl. In den normalen Fällen dagegen trat diese Determinierung erst mit dem Auffassen der Operationskopula ein. In der Hauptperiode machte es sich vielfach geltend, bevor die ganze Aufgabe dargeboten war. Das so determinierte Bestreben zu rechnen, bleibt nun während der ganzen Hauptperiode im Spiel, bestimmt also auch die Auffassung des Gebotenen und verändert es unter Umständen bedeutend. Wenn wir also im folgenden über Auffassung der Zahl und der Operation sprechen, müssen wir immer im Auge behalten, daß diese unter jenem Bestreben zu rechnen geschieht.

Wie steht es nun bei diesen zwei Versuchsreihen? Die Zeit der Determinierung ist gar nicht verändert, d. h. sie tritt normaler Weise in der Hauptperiode ein, kam aber auch gelegentlich gleich. Verursacht wird auch hier die speziellere Determination einerseits durch die Erlebnisse in der Vorperiode, andererseits durch die Auffassung der Operationskopula. Die Vorperioden-Erlebnisse zeigen hauptsächlich bei den Vp. B., D. (E., F.) eine Einstellung auf eine Operation noch in der Vorperiode. Die normale durch die Auffassung der Operationskopula bedingte Determinierung dieses Bestrebens ist hier die modifizierte, und wir wollen sehen, was jene Modifikation für die Auffassung der Operation und der Zahlen beitragen kann.

Ueber die Auffassung der Zahlen und der Operation war bis jetzt nur die Rede, insofern die während des Auffassens der gebotenen Aufgabe aufgetretenen Bewußtseinsinhalte aufgezählt wurden. Eine vergleichende Aufzählung derselben wollen wir auch hier versuchen. Da das Ausrechnen im Allgemeinen mit der Auffassung eng verbunden ist, wird es hier auch eine Berücksichtigung finden aber nur insoweit es über die Zahlen und Operationsauffassung etwas beitragen kann. Das Aussprechen des Resultates ist hauptsächlich für das Ausrechnen von Bedeutung, die Nachperiode ist kaum verändert, deshalb findet sie vorläufig keine besondere Berücksichtigung.

2. Die Auffassung des Gebotenen.

Von den Inhalten anschaulicher Art sind es die optischen, welche bei manchen Vp. eine merkliche Veränderung in der 2. Versuchsreihe erfahren haben. Sehr charakteristisch ist diese Veränderung für die Vp. A. Während sie bei den einleitenden Versuchen nur einmal die beiden

akustisch dargebotenen Zahlen und 24mal nur die erste gesehen hatte, dabei 20mal in der ersten Hälfte und 4mal im Anfang der zweiten Hälfte der ganzen aus 60 Aufgaben bestehenden Reihe, gab sie während der Versuchsreihe a, b, O 2mal an, die beiden und gleichmäßig in der ganzen Versuchsreihe zerstreut 6mal, die erste Zahl gesehen zu haben und bei der O, a, b-Reihe hat sie die Zahlen nie optisch gesehen. Die Erklärung dieses Sachverhalts ist nicht schwer. In der ersten Versuchsreihe, wo man noch nicht so sehr mit den Aufgaben vertraut war, ist man besorgt, die gehörten Zahlen nicht behalten zu können, deshalb stellt man sich dieselben so häufig optisch vor, und so kommt die Häufung in der ersten Hälfte. Bei der zweiten Versuchsreihe (a, b, O) muß man die Zahlen so lange behalten, bis die Operation kommt, deshalb kann auch hier hie und da das Festhalten sich an optische Elemente anklammern; bei der letzten Versuchsreihe (O, a, b) dagegen ist die Operation zuerst gegeben, das Ausrechnen kann gleich beginnen, man kann die Zahlen gleich in Angriff nehmen, man braucht keine optische Hilfe. Die Versinnlichung der Zahlen durch ein optisches Schema ist kaum modifiziert, es kommt jedenfalls bei den letzten Reihen so selten vor, wie bei der ersten. Die optische Richtung, welche das Verstehen der Operationskopula begleitet, kam bei der einleitenden Reihe nur 5mal vor und zwar nur anfangs, bei a, b, O dagegen begegnet sie uns ziemlich gleichmäßig zerstreut 29mal und ist bei O, a, b nur 6mal zu finden. Hier soll nur die Tatsache konstatiert sein, daß die Versuchsreihe a, b, O das Vorkommen dieser Richtung sehr begünstigt hatte. Einen Erklärungsversuch desselben möchte ich später im Zusammenhang mit anderen Ausführungen machen.

Bei der Vp. C. behalten die optischen Bilder immer denselben blassen, schattenhaften Charakter; sie sind auch bei diesen zwei Versuchsreihen nur mehr im Fixationspunkt, erfahren während der Versuchsreihe O, a, b eine Einordnung erst mit dem Verstehen der Operationskopula und bei O, a, b waren sie, falls sie vorkamen, gleich operationsgemäß geordnet. Die Vp. B., G. und F. haben in der Regel ihre optischen Bilder gleichzeitig im Schema und machten oft keinen Unterschied zwischen der Repräsentation in Ziffern und der einfachen Lokalisation im Schema.

Für die Vp. B. waren die Elemente ganz selbstverständlich, deshalb sprach sie oft überhaupt nicht von ihnen. Dagegen gaben die Vp. F. und G. regelmäßig an, wann und welche Zahl sie im Schema lokalisiert hatten. Während der Versuchsreihe a, b, O lokalisierte die Vp. F. die erste Zahl gleich und wartete gewöhnlich mit der Lokalisation der zweiten, bis die Operation kam, oder wenn eine Lokalisation der zweiten Zahl vorzeitig unternommen wurde, war sie nur undeutlich und diente nur dem Zwecke, die Zahl einigermaßen festzulegen. Wenn die Operation er-

fahren war, wurde die zweite Zahl nur bei der Subtraktion regelmäßiger, bei Multiplikation gewöhnlich seitlich oder als Strecke oberhalb der ersten Zahl und bei Division und Addition selten lokalisiert. Während der Versuchsreihe O, a, b war die erste Zahl immer gleich lokalisiert und die zweite nur selten und bloß als Stütze für die Festlegung derselben. — Aehnlich war es bei der Vp. G., nur daß bei ihr außer dem gewöhnlichen Zahlenschema auch 4 Operationsschemata vorhanden waren. Bei a, b, O lokalisierte sie die erste Zahl gleich und wartete die Operation ab oder lokalisierte auch die zweite aber ganz undeutlich, oder aber es fand die zweite Lokalisation gar nicht wirklich statt, sondern die Vp. war nur auf eine Lokalisationsstelle gerichtet, sie wußte, wo ungefähr die Zahl liegen würde. Bei den Multiplikationsaufgaben fand oft überhaupt keine Lokalisation der zweiten Zahl statt. Während der Versuchsreihe O, a, b waren die Zahlen gleich im Operationsschema angeordnet. Das Operations- und gewöhnliche Zahlenschema fielen ganz oder in manchen Teilen zusammen. Im Vergleich zu der ersten Versuchsreihe besteht das Charakteristische der zwei neuen Reihen für die Vp. F. und G. darin, daß hier die Lokalisation entschieden öfter, ja mit wenigen Ausnahmen (3 für die Vp. F. und 5 für die Vp. G. während der beiden Reihen) immer vorhanden war. Für die Vp. G. speziell ist das regelmäßige Auftreten der Operationsschemata das Auffallendste. Eins tritt für beide Vp. besonders deutlich hervor nämlich das, daß die optische Repräsentation der Zahlen von der Operationsauffassung abhängig ist, daß also die optischen Elemente hier nicht nur als Repräsentanten der Zahlen- sondern auch der Operationsauffassung anzusehen sind, was bei der ersten Versuchsreihe nicht deutlich zum Vorschein kam.

Wie die Vp. B. erklärte auch die Vp. E. ihre optischen Bilder für gewöhnliche, regelmäßige Begleiterscheinungen deshalb meinte sie, wenn sie nicht aufträten, so würde sie gestört sein, denn das akustische wollte nicht im Gedächtnis haften bleiben; aber eine Anwendung derselben bei dem Ausrechnen, wie das bei den Vp. C., F. und G. der Fall ist, beschrieb sie nie. Nur einmal 26 + 16 sagte sie: „es war eigentlich kein Rechnen da, es war nur ein Ueberschauen des Zahlenraumes“; aber näheres über diesen Zahlenraum konnte sie gar nicht angeben. — Die Vp. D. endlich beschrieb hier öfter optische Bilder aber wieder nur als Begleiterscheinungen. Das halte ich für keinen Unterschied gegenüber der einleitenden Reihe und schreibe es der gewöhnlichen Übung in der Selbstbeobachtung zu. — Die Vp. D. und F. berichten von optischen Vorstellungen der betreffenden Operationszeichen wie die Vp. B. von optischen Wortvorstellungen oder Teilen von solchen. Das war aber nur selten und schien ganz zufälliger Art zu sein.

Die bewußte Anwendung der akustischen Elemente ist wieder nur bei der Vp. A. zu konstatieren und erfährt keine merkliche Modifikation. Aehnlich ist es auch mit den akustisch-motorischen. Nur die Vp. G. berichtet, daß mit der Auffassung der Multiplikation ein sprachmotorischer Prozeß in Vorbereitung kam. Und in der Tat, während sie sich bei den anderen Operationen der optischen und sprachmotorischen Elemente gleichmäßig bediente, benutzte sie in der Regel bei der Multiplikation nur die sprach-motorischen und zwar so mechanisch, daß sie oft einen charakteristischen Fehler machte. Sie zählte nämlich zu dem Resultat der Zehner noch einen Zehner hinzu, auch wenn die Einer nicht über die Zehn hinausragten.

Wie steht es nun mit den nichtanschaulichen Bewußtseinsinhalten zuerst bei der Versuchsreihe a, b, O? Wir treffen auch hier Aussagen, welche einfach das Verstehen der ganzen Aufgabe als eines bestimmten Operationskomplexes bekunden. Es können dabei die Zahlen und die Operationen getrennt für sich auf irgend eine Weise aufgefaßt worden sein, doch am Ende hat man sie als Ganzes vor sich, das Bedeutungsbewußtsein erstreckt sich also über die ganze Aufgabe. In einem solchen Falle nun können auch für die Zahlen sowie die Operationen außer den akustischen Wahrnehmungsbildern und anderen Inhalten anschaulicher Art, noch das Wissen, was sie bedeuten, vorhanden sein, so z. B., wenn uns die Vp. (B.) sagt, daß die Zahl 51 gleich als ein Vielfaches von 17 bewußt war oder, daß 64 und 16 zweite Potenz von 8 und 4 sind, oder daß das Operationswort als das unmittelbar vorher dagewesene oder als in dieser Stunde schon oft vorgekommene wieder erkannt wird. Man kann also auch ein Bewußtsein von der Bedeutung der einzelnen Exempelbestandteile haben. Während bei der einleitenden Versuchsreihe diese Art Auffassung nur relativ selten auftritt und direkte Aussagen darüber uns nicht so reichlich vorlagen, haben wir sie während dieser Versuchsreihe sehr viel bekommen und zwar hauptsächlich über die Zahlen. Da es uns auf die Aufzählung der gedanklichen Bewußtseinsinhalte ankommt, lassen wir das Nähere über diese Art der Auffassung der Zahlen in dem zusammenfassenden § 17 folgen. Dieses Bewußtsein der Bedeutung kommt verschieden oft doch bei allen Vp. vor. Seine Spezialisierung als Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung einzelner Zahlen sowie als Regelbewußtsein tritt hier ziemlich zurück und gibt einem anderen ihm ähnlichen Bewußtsein Platz, weil die durch die Aufgabe hervorgerufene nähere Determinierung des Bestrebens zu rechnen erst nach der Auffassung der Zahlen durch die Mitteilung der Operationskopula erfolgt. Dies neue Bewußtsein wird von allen Vp. als Tendenz (Trieb) zu einer Operation bezeichnet. (Man vgl. die Aussagen über a, b, O oben S. 58 ff.)

Diese Tendenz ist bei den Vp. A., C., E., F. und G. hauptsächlich und fast immer durch das Verstehen der Zahlen und deren rechnerisches Bezogensein aufeinander zu erklären, d. h. die verstandenen Zahlen, hauptsächlich ihren Größenverhältnissen nach, determinieren das allgemeine Bestreben zu rechnen in ein spezielles Bestreben zu addieren, subtrahieren etc. Nun sind hier zwei Arten dieser Determinierung zu unterscheiden: 1) die Tendenz kommt von selbst und 2) die Vp. sucht durch eine Fragestellung (diese Fragestellung ist in der Regel nur als Bewußtheit vorhanden), welche Operation sich hier am meisten eignet, die kommende Operation zu erraten. Im zweiten Falle liegt eine Willenshandlung vor, in deren Gefolge manchmal eine Ueberlegung, Schlußfolgerung und ein Urteil vorkommen. Bei der unwillkürlichen Tendenz scheinen nur die Zahlen von Bedeutung zu sein, bei der willkürlich erzeugten dagegen kommen auch frühere Erlebnisse in Betracht, wie etwa die vorausgegangene Operation, das Wissen, daß in der Regel das Resultat der hier vorgelegten Aufgaben unter 100 liegt etc. Bei den Vp. A. und B. war diese Tendenz immer eine unwillkürliche: Sie kam bei der Vp. A. 18 mal vor (von 60) d. i. in 30 % der Fälle und bei C 8 mal (von 16) d. i. in 50 %. Bei den anderen Vp. sind bei jeder Auffassung eine oder mehrere Tendenzen vorgekommen, bei den Vp. E., F. und G. sind sie entschieden öfter unwillkürlich, und bei den Vp. B. und D. kann man die beiden Arten sehr schwer von einander unterscheiden.

Was ist nun diese Tendenz und wie tritt sie hervor? Wir haben sie als eine Modifikation des Bedeutungsbewußtseins bezeichnet, weil sie ja das, was den beiden aufgefaßten Zahlen um einen Operationskomplex zu bilden fehlt, ersetzt. Deshalb ist sie mit derjenigen speziellen Art von Bedeutungsbewußtsein, das wir als Bewußtsein von der Operationsbeziehung bezeichnet haben, identisch. Verschiedene Grade der Entwicklung nimmt diese Tendenz an: 1) Den schwächsten Grad stellt der Fall dar, wo der Vp. keine spezielle Operation bewußt ist, aber diejenige, welche mitgeteilt wird, als nicht erwartet angesehen wird; die Vp. sagt, sie hätte etwas anderes erwartet und doch nichts Bestimmtes. Solche Erlebnisse [1]) haben wir von den Vp. C. und A., die nur eine unwillkürliche Tendenz aufweisen. 2) Entschieden weiter ausgebildet ist sie, wo das Bewußtsein von einer bestimmten Operation vorliegt, oder diese nur intendiert und nicht durch besondere Bewußtseinsinhalte anschaulicher Art z. B. durch eine optische Richtung (A.), Operationszeichen (B., D. u. E.) im Bewußtsein repräsentiert ist, auch das Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung, der Größeneindruck von dem Resultat und der-

---

1) Siehe auch aus der Vorperiode S. 63 f.

gleichen kommen hier vor. Und 3) ist als höchster Grad der Fall anzusehen, wo auch das Rechnen schon begonnen hat oder vor sich gegangen ist (E.). Dabei ist es nicht klar, ob die Entwicklung bis zum letzten Grad ein Passieren der anderen zwei Graden voraussetzt. — Durch die kommende Operationskopula kann die Tendenz bestätigt oder widerlegt werden. Im ersten Fall erlebt die Vp. Lust (B.), Freude (D.), Befriedigung (A., C., G.) oder fährt ohne weiteres in dem eingeleiteten Rechnen fort (E., F.). Im letzten Falle kommt Verschiedenes vor: eine Leere (C.), Hemmung (E.), Unlust (B.), Widerstand (C., E), eine innere Umstellung (A.), Aenderung der optischen Richtung (A.), Bereitstellen anderer Zahlenregionen (B., F., G.), Ueberraschung (B., D., E.), optische Repräsentationen als Operationszeichen oder Schemata (G., J.), Bewußtsein der Leichtigkeit oder Schwierigkeit (B., D., E.), Bewußtsein der funktionellen Bedeutung (G.), Regelbewußtsein (A., C., D., F.) etc. Es tritt überhaupt eine ganz neue Einstellung statt der alten ein, nämlich die neue Operationsbeziehung, und diese Umstellung läßt manches für die Auffassung der Operation Charakteristische, was früher schon teilweise beobachtet war, deutlicher erkennen. Wenn wir nämlich zusehen, wie diese verschiedenartigen Bewußtseinsinhalte bei der Umstellung (wir können sie in Vorstellungen, Gefühle, Gedanken und Willensakte einteilen) auftreten, so werden wir vor allem bemerken, daß manche Bewußtseinsinhalte (vor allem die Gefühle und die Willensakte) sich auf die Veränderung selbst beziehen und andere dagegen (Vorstellungen und Gedanken) die neue Operation zu charakterisieren suchen. Bei den letzteren treffen wir uns schon bekannte Inhalte: die optische Richtung, die Bereitschaft gewisser Zahlenreihen, Bewußtsein der Leichtigkeit und Schwierigkeit, der funktionellen Bedeutung, Regelbewußtsein etc., deren Vorkommen auch hier den Grad ihres regelmäßigen Auftretens beim Verstehen einer Operation bedeutend erhöht.

Nun wenn diese Tendenz überwunden ist und die Erlebnisse, welche die intendierte Operation charakterisierten, aus dem Bewußtsein verschwunden zu sein scheinen, dann haben wir erst den normalen Fall vor uns, nämlich zwei Zahlen in eine bestimmte Operationsbeziehung gesetzt, d. h. ein Operationskomplex, der wiederum als ein Ganzes aufgefaßt werden kann (was wir schon oben berührt haben). Es ist nun klar, daß weiter für das Ausrechnen des neuen Operationskomplexes die gewöhnlich beobachtete Auffassung eintreten kann, nämlich, daß die Zahlen in ihrer neuen funktionellen Bedeutung aufgefaßt und in die entsprechenden Operationsbeziehungen zu einander gesetzt werden. Alles das aber ist für uns nichts Neues. — Der wichtigste Bewußtseinsinhalt gedanklicher Art bei der Versuchsreihe a, b, O ist also das Bewußtsein von der

Operationsbeziehung, welches hier vorzeitig als „Tendenz“ auftritt, weil die Operationskopula erst später mitgeteilt wird. Ich betone besonders die Eindringlichkeit, mit welcher diese Tendenz auftritt, man denke dabei auch an das unwillkürliche Auftreten derselben.

Wie steht es mit den gedanklichen Inhalten bei der Versuchsreihe O, a, b? Das erste, was dabei dargeboten wird, ist die Operationskopula, deren Verstehen in den bisherigen Versuchsreihen das spezielle Bedeutungsbewußtsein von der Operationsbeziehung bestimmte. So ist es auch hier; die Vp. gibt uns oft an, sie hätte die Aufgabe als einen bestimmten Operationskomplex aufgefaßt. Darin liegt schon die Auffassung der Operationsbeziehung. In dieser Reihe treten zweierlei Arten einer solchen Auffassung hervor: 1) Die Vp. sagt einfach, „ich habe es gehört und aufgefaßt ohne besondere angebbare Bewußtseinsinhalte“, also ohne besondere Fixierung der einzelnen Bestandteile des Komplexes, die Auffassung scheint in einem Akt vollzogen zu sein (Vp. A., C. und E.). 2) Die Auffassung des ganzen Komplexes wird aus der Auffassung der einzelnen Glieder der Aufgabe konstruiert, die Auffassung ist also nicht in einem Akt vollzogen, die Zahlen und die Operationskopula haben getrennt besondere Beachtung gefunden. Das ist der häufigste Fall und kommt bei allen Vp. vor (S. 39 ff.). In einem solchen Falle wird zuerst die Operation aufgefaßt, man hat also zuerst das Bewußtsein der Operationsbeziehung. Dies Bewußtsein von der Operationsbeziehung tritt auch hier entweder für sich auf, ohne von anderen Bewußtseinsinhalten begleitet zu sein (Vp. A., C.), oder ist von solchen begleitet. Im letzten Falle sind die begleitenden Bewußtseinsinhalte einmal anschaulicher Art (Richtung[1]), Operationszeichen, Schema), zweitens gedanklicher Art (Bewußtsein der Gleichheit, Verschiedenheit, des Gegensatzes gegenüber der früheren Aufgabe) und drittens kommt als Folge dieses Bewußtseins eine besondere Auffassung der Zahlen zustande. So sagt uns die Vp. (C.), die Zahlen seien als Divisor und Dividendus, Multiplikator und Multiplikandus, Subtrahendus und Minuendus oder als Summanden aufgefaßt, die Vp. G. hatte gleich das betreffende Operationsschema gegenwärtig und ordnete die Zahlen darin der Operation gemäß an, manche Zahlen waren gleich nach der Auffassung für die Operation als passend oder nichtpassend erkannt. Bei der Subtraktion z. B. hatte die Vp. B. gewöhnlich eine Besorgnis, wenn die Einer der zuerst gehörten Zahl sehr klein waren etwa 1, Vp. A. war beruhigt, als die 2 kam in der Aufgabe Multiplizieren, 48, 2; die Vp. E. hatte bei der

---

1) Bei Vp. A. trat diese Richtung merkwürdiger Weise oft erst nach dem Verstehen der ersten Zahl ein.

Multiplikation mit der Nennung der ersten Zahl eine Anzahl von Resultaten parat, so waren z. B. bei der Aufgabe Multiplizieren, 12, 6 mit 12 die Zahlen 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96 parat. Viele Aussagen ähnlicher Art liegen vor. Man erkennt in ihnen wohl ohne weiteres die uns schon bekannte Art des Auffassens nämlich der funktionellen Bedeutung nach. Das Bewußtsein von dieser Art Bedeutung spielt, wie man auch aus den zitierten Protokollen ohne weiteres sehen kann, während dieser Reihe eine große Rolle. Wenn man die oben ausgewählten Aussagen genau ansieht, so fällt es auf, daß sie sich entweder auf die Zahlengröße (der ganzen Zahl oder gewisser Ziffern derselben) oder auf die äußere Anordnung beziehen. Das letzte ist der Fall eigentlich nur bei der Vp. G., weil sie die Zahlen zuerst ins Operationsschema anordnet und dann die einzelnen Ziffern beobachtet und sie in ihrer willkürlichen funktionellen Bedeutung auffaßt. Bei ihr ist also die Auffassung zuerst eine mehr statische während die anderen Vp. gleich eine dynamische Auffassung zeigen, weil die aufgefaßten Zahlen zugleich den Operationsprozeß einleiten und wie es bei der Vp. E. oft der Fall ist, gleich zu Ende führen. — Als einen der wichtigsten gedanklichen Bewußtseinsinhalte bei dieser Versuchsreihe, möchte ich das Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung hervorheben. Es kommt neben dem Bewußtsein von der Operationsbeziehung am häufigsten vor.

Das Regelbewußtsein tritt bei diesen zwei Versuchsreihen wie bei der einleitenden unverändert auf, wenn Gelegenheit für dasselbe geboten wird. So war es z. B. bei den Aufgaben: 44, 11, Addieren, 33, 3 Multiplizieren, Subtrahieren 88, 66, Multiplizieren 22, 4 fast regelmäßig zu beobachten, sogar bei den Aufgaben vom Typus a, b, O kam es zweimal vor, nämlich einmal im Sinne der voraus intendierten Operation und das zweite mal gemäß der verlangten.

Das Vorkommen des Größeneindrucks können wir nur bei der Vp. A. durch Zahlen ausdrücken, von den anderen Vp. wurde es nicht so regelmäßig angegeben, was nicht bedeuten soll, daß er bei ihnen überhaupt nicht vorkommt, sondern daß er ihnen vielleicht nicht auffiel, denn auf Befragen gaben sie an, er sei in der Regel dagewesen, die Zahlen seien immer mit einem Größeneindruck verbunden. Regelmäßig darnach fragen wollte ich nicht, um die Vp. nicht zu beeinflussen. Bei der Vp. A. erfährt der Größeneindruck eine merkliche Aenderung während der beiden Versuchsreihen. Bei der einleitenden Versuchsreihe gab sie nur 6 mal Größeneindruck an und zwar in der Regel nur von der ersten Zahl, bei der Versuchsreihe a, b, O berichtet sie 12 mal von den beiden Zahlen und 18 mal nur von der ersten, also 40 mal insgesamt Größeneindruck gehabt zu haben, und bei der Versuchsreihe O, a, b tritt

es wieder zurück und kommt nur 11 mal vor und zwar nur von der ersten Zahl.

Die anderen Bewußtseinsinhalte der Restgruppe kommen bei der Versuchsreihe a, b, O etwas mehr vor als bei den anderen zwei, tragen aber immer denselben Charakter. Daß sie aber an Zahl gewachsen sind, kommt daher, weil die Vp. oft, so zu sagen, zwei Aufgaben vor sich hat. Einmal die intendierte und dann die verlangte Operation und das Übergehen von der ersten zu der zweiten bringt eine Vermehrung der Erlebnisse mit sich. — Bei derselben Versuchsreihe beschrieben die Vp. gelegentlich auch Gefühle der Lust oder Unlust, Freude, Aerger und am meisten eine Ueberraschung. Die Art, wann und wie sie auftreten, charakterisiert sie mehr als Gefühlskomplexe und verrät ihre Aktivität. — Das Ausrechnen haben wir nur so weit berücksichtigt, als es uns über die Auffassung der Aufgabe Auskunft gibt. Das Aussprechen des Resultates sowie die Nachperiode bieten keine Besonderheiten, die durch die neue Anordnung bedingt gewesen wären und geben uns nichts Neues über die Auffassung.

Wenn wir uns fragen, was aus der Analyse dieser zwei Versuchsreihen über die Auffassung der gebotenen Aufgabe und speziell über die Operations- und Zahlenauffassung zu entnehmen ist, so können wir vergleichend mit der einleitenden akustischen Reihe folgendes feststellen: 1) In Bezug auf die begleitenden Bewußtseinsinhalte anschaulicher Art, daß sie individuell verschieden oft vorkommen aber nie den Charakter der Notwendigkeit tragen. 2) Von den übrigen Inhalten fällt uns auf das Bedeutungsbewußtsein mit seinen zwei speziellen Arten, dem Bewußtsein von der Operationsbeziehung und dem Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung, welche bei allen drei Versuchsreihen nebeneinander vorkommen. Das erstere bezieht sich mehr auf die Operationsauffassung und das zweite auf die operationsgemäße Auffassung der Zahlen. Nähere Charakterisierung ersparen wir uns für später. Zunächst wollen wir sehen, wie es mit den optischen Versuchsreihen steht.

B. Die optischen Versuchsreihen.

§ 14. Anordnungen, Instruktionen und Protokollbeispiele.

Die hier zu besprechenden zwei optischen Reihen a, b, O und O, a, b waren unter ähnlichen äußeren Umständen gemacht wie die erste einleitende optische Versuchsreihe. Die Zahlen waren auf Karten von dem Achschen Kartenwechsler in etwa 1 cm Entfernung von einander gedruckt. Die Vp. sollte wieder den Punkt auf der Verschlußplatte fixieren. Bei der Versuchsreihe a, b, O lautete die Instruktion folgendermaßen:

„Sie werden zwei Zahlen durch eine kleine Entfernung von einander getrennt sehen, und dann sage ich Ihnen die Operation; rechnen Sie, bitte, langsam und suchen Sie nachher die Auffassung sowie den Prozeß des Berechnens genau zu beschreiben.“ Auf dieselbe Weise wie früher exponierte der Versuchsleiter die Zahlen. Darauf teilte er die Operation mit und brachte gleichzeitig die Stoppuhr in Gang. Bei der Versuchsreihe O, a, b sollte die Operation zuerst aufgefaßt und dann die Zahlen exponiert werden, deshalb veränderte ich die Instruktion folgendermaßen: „Ich sage ihnen erst die Operation; gleich nachdem Sie sie verstanden haben, ziehen Sie, bitte, die Schnur (des Kartenwechslers), dann werden Sie zwei Zahlen (durch eine kleine Entfernung getrennt) sehen. Rechnen Sie, bitte, langsam und suchen Sie die Auffassung sowie den Prozeß des Berechnens genau zu beschreiben.“ Die Reaktionszeit wurde von dem Zeitmoment, wo die Verschlußplatte aufging, bis zum Aussprechen des Resultates auf dieselbe Weise gemessen. Wie man sieht, sind die Reaktionszeiten der drei optischen Versuchsreihen durch verschiedene Momente begrenzt, dadurch bekommen wir aber leichter die Möglichkeit, sie miteinander kritisch zu vergleichen, denn die Reaktionszeit der einleitenden Reihe sollte theoretisch die längste sein, weil, bevor die Verschlußplatte aufging, von welchem Moment an die Zeit gemessen wurde, die Vp. gar nichts Spezielles über die Aufgabe wußte; die Versuchsreihe a, b, O sollte die kürzeste Zeit ergeben, da die Zahlen schon aufgefaßt sein sollten, wenn die Uhr in Gang gebracht wurde und die Reaktionszeit der Versuchsreihe O, a, b dürfte eine mittlere Stellung nehmen, weil hier nur die Operation dargeboten wurde, bevor die Zahlen erschienen und deren Auffassung nicht so viel Zeit als für die Auffassung der Zahlen in Anspruch zu nehmen scheint. Was sagen nun die Reaktionszeiten darüber?

Tabelle VI (a, b, O).

	Addition			Subtraktion			Multiplikation			Division		
Vp.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.	n	A. M.	M. V.
A.	8	3,91	2,00	6	3,20	0,60	6	3,10	0,90	6	2,17	0,64
D.	8	3,00	1,10	2	2,00	—	8	2,63	0,94	8	1,60	0,92
E.	8	2,26	0,58	2	3,00	—	8	1,30	0,70	8	0,63	0,23
G.	8	2,00	1,90	8	2,15	1,40	8	1,54	0,56	8	1,93	1,12

Tabelle VII (O, a, b).

Vp.	Addition n	A. M.	M. V.	Subtraktion n	A. M.	M. V.	Multiplikation n	A. M.	M. V.	Division n	A. M.	M. V.
A.	8	3,90	1,48	2	4,20	—	8	3,11	0,85	8	2,91	0,95
D.	8	2,70	0,77	8	2,40	0,00	8	3,45	0,75	8	3,05	1,60
E.	8	2,40	0,09	6	4,30	3,00	8	1,77	0,74	8	0,96	0,20
G.	8	3,60	0,05	8	2,10	0,30	8	2,17	0,74	8	2,00	0,56

Wenn man die Tabellen VI und VII untereinander und mit der Tabelle III (S. 43) vergleicht, so findet man im Allgemeinen unsere Ueberlegung bestätigt. Nur selten ist eine Ausnahme vorhanden, der Unterschied ist so gering, daß man ihn bei der kleinen Anzahl von Fällen, welche für das arithmetische Mittel verwandt wurden, außer Acht lassen kann. Und in den einzelnen Tabellen ist wieder bemerkbar, daß die Rektionszeit für Division in der Regel kleiner ist als die für Multiplikation; nicht dieselbe Regelmäßigkeit ist bei der Addition und Subtraktion vorhanden. Es mag auch hier die geringe Zahl von Fällen des arithmetischen Mittels einen Fehler mit sich gebracht haben. — Wie es mit den Erlebnissen dieser zwei Versuchsreihen steht, zeigen die hier folgenden Protokolle.

Vp. **A.** Aufgabe 29, 3, Multiplizieren „Ich überblickte die Zahlen und hatte sofort die Tendenz, zu multiplizieren. Ich glaube diese Tendenz war speziell an den Anblick der zweiten Zahl gebunden, die Kleinheit dieser Zahl, meine ich, ist die Ursache dieser Tendenz gewesen. Als ich dann hörte Multiplizieren, hatte ich das Bewußtsein ‚Das stimmt ja‘, Befriedigung dabei. Dann hörte ich 60 nach einer Beziehungsetzung von 2 und 3 dabei 2 und 3 abwechselnd fixiert. Darauf unter Beziehungsetzung der 3 und 9 mit abwechselndem Fixieren „7“ und dann langsam und zögernd „und 80“ (gesprochen). Die 7 kam sofort nach der Beziehungsetzung der 3 und 9 ohne daß ich die 2 gehört hätte, aber ich operierte mit 20 gleich darauf, indem ich von 60 ohne es eigens reproduzieren zu müssen, weiter schritt zu 80“ (3 Sek.). 55, 37, Addieren. „Die Zahlen überblickt, 37 innerlich ausgesprochen, die erste Zahl nicht; gar keine Tendenz zu irgend einer Operation. Nach dem Anhören Richtung nach oben und einen Größeneindruck so gegen 100 hin. Dann sprach ich 2 aus als Ergebnis einer Beziehung von 5 und 7 und dabei habe ich sie abwechselnd fixiert, dann zögernd „und 90“. Dazu führte eine Beziehungsetzung der 3 und 5; 8 habe ich nicht gehört aber davon weiter gezählt habe ich um 10“ (3,2). — Aufgabe Dividieren, 57, 19. „Das Verstehen des gesprochenen Wortes ohne Besonderheiten. Darauf Betrachten der Zahlen, eine Wanderung von links nach rechts, dann zurück, und da blieb ich bei 7 stehen. Suchen nach einer Zehnerzahl zu 7 im Hinblick auf 9, ich hörte 27 und sprach 3 leise aus; dies 3 war das gesuchte dritte Glied in der Gruppe 7 (27), 9. Darauf beachtete ich 5 und sprach laut aus 3 mit dem Bewußtsein der Richtigkeit. Dieses Bewußtsein gründete sich auf eine Zerlegung der 57, bei der 30 herauskommt, aber ich habe weder diese Zerlegung noch 30 explizite im Bewußtsein gehabt.

Ich kann nur sagen, daß diese Zerlegung angeregt, intendiert war und ich die Sicherheit hatte, bevor sie vollzogen war“ (3,6). Subtrahieren, 67,47 „Ich hatte die Zahlen überblickt, dabei sind mir die beiden 7 aufgefallen, sie wurden als gleich aufgefaßt. An diese Auffassung hat sich gleich das Bewußtsein der Einfachheit des Resultates angeschlossen. Darauf, nach einer Beziehungsetzung der sechs und vier ausgesprochen 20. Zu der Beziehungsetzung wurden 6 und 4 abwechselnd fixiert. Zu bemerken ist, daß ich einen Eindruck der Größe von den beiden Zahlen hatte, und ich habe die erste und die zweite als Ganzes aufgefaßt. Die Größeneindrücke habe ich aber beim Ausrechnen nicht verwertet“ (1,8).

Vp. **B.** Aufgabe 14,8, Multiplizieren. „Die Zahlen dem Werte nach als bekannt aufgefaßt und dann überlegt; zuerst stellte sich die Tendenz zu addieren ein, aber nicht ausgeführt, und dann die Tendenz zu multiplizieren, ziemlich unangenehm. Als dann Multiplizieren kam, gleich ohne Besinnen zu rechnen angefangen: 8 mal 10 und dann 8 × 4, 32, dann ein Besinnen, ob es richtig ist, und dann, über hundert! . . . 112 nicht richtig vorgestellt und im Schema“ (4″).

Vp. **C.**, Aufgabe 83,50, Subtrahieren: „wie die Zahlen erschienen, hatte ich eine deutliche Auffassung gehabt und flüchtig den Gedanken an Addition oder Subtraktion aber die Operation nicht ausgeführt. Wie sie genannt wurde, da hab ich sie sofort ausgeführt mit dem Bewußtsein, daß die beiden Zahlen des Subtrahendus kleiner sind als die des Minuendus und gleich ausgesprochen. Ein beziehender Blick war dabei sehr wirksam 3 aus 8 und 5 und noch 3“ (1,4). — Aufgabe, Dividieren, 57,19 „wie die Zahlen erschienen, so hab ich zunächst nicht geglaubt, daß es aufgeht. Ich habe gleich die zweite Zahl als Divisor und die erste als Dividendus aufgefaßt, dann hin und hergegangen. Darin lag eine Beziehung der Zahlen ohne Worte. Dann plötzlich der Gedanke ‚es geht mit 3‘ und dann 3 ausgesprochen. Nachträglich noch eine kleine Prüfung, 3 mit 19 multipliziert“ (2,4).

Vp. **D.** Aufgabe. 66,16 Dividieren. „Ich dachte, es gibt addieren oder so was. Beim Dividieren nähere Betrachtung der Zahlen und überlegt, ob das aufgeht, ob man 6 in der anderen 6 aufgehen lassen kann, ich habe gesehen es geht nicht, dann war 4 (24) da und damit die Sache erledigt. Ich habe 40 als Zwischenglied gehabt“ (7″). 43,3. Multiplizieren. „Beim Betrachten der Zahlen kam mir erst der Gedanke ‚es gibt eine Zahl über 100‘. Dann diesen Gedanken kontrolliert (durch nochmaliges Ansehen der Zahlen) und dann zu rechnen begonnen. Ich habe dann im Moment geschwankt, bis ich mir klar machte 3 × 4 ist 12 und 3 × 3 ist 129, und dabei ist mir klar geworden, daß ich diese Aufgabe schon früher gehabt habe“ (4″). — Subtrahieren 51,27. „Nachdem ich die Zahlen überschaut habe, ist mir gleich der Gedanke gekommen, daß es (d. Resultat) in der 20 er Reihe liegt, aber genau wußte ich es noch nicht. 24 habe ich gefunden indem ich 4 zu 7 addierte und dadurch 11 bekam, auch ein optisches Bild von 24 gehabt.

Vp. **E.** 70,27. Subtrahieren. „Die beiden Zahlen weckten eine Tendenz zu addieren und ich habe auch das Resultat 97 gehabt, welches ganz deutlich optisch vorhanden war; aber es war noch der Untergedanke da, ob nicht auch eine Subtraktion möglich sei und deswegen kleine Zögerung. Es war mir nichts bewußt von Prozessen (der Subtraktion). Das Schlußresultat optisch vorhanden“ (2″). — Multiplizieren 37,2. „Die Auffassung der Ziffer war eine stumme ohne Sprachbewegungen und ohne ein optisches Behalten; ich schaute nach unten, habe die Zahlen nicht weiter angesehen und nicht gesprochen. Das Resultat optisch deutlich in der Form dieser Ziffern“ (1,4). — Dividieren, 90,15. „Die Operation vollzog sich, ohne daß ich darüber etwas näheres angeben könnte. Ich glaube, das Reizwort und die Zahlen führten ganz von selbst zum Resultat“ (1″).

Vp. F. Aufgabe 66,16, Dividieren. „Zunächst Eindruck, es komme Subtrahieren aber ohne bis zu 50 zu gelangen. Dadurch etwas gehemmt, daß in der ersten Zahl zwei 6 waren; 16 als Ganzes habe ich zunächst nicht aufgenommen. Wie ich dann die Zahl 16 verstanden habe, fiel mir ein, daß 66 nicht durch 16 teilbar ist. Der Quozient wurde ganz gedächtnismäßig gefunden. Und dann die Zahl 2 äußerlich als Abstand bestimmt". Auf Befragen „die Subtraktion war dadurch bestimmt, daß es leicht sein werde, nur daran gedacht nicht gesprochen" (1,6″). — Subtrahieren, 70,27. „Die Operation war so: ich habe von der Zahl 70 zu subtrahieren begonnen, oder besser ich hatte die Subtraktion mit der ersten Zahl in Beziehung gebracht, bevor ich die zweite Zahl gelesen (?) hatte. Die Zahl 70 war lokalisiert, die Zahl 27 wurde subtrahiert. Ich hatte erst konstatiert, daß eine Zahl herauskommen wird, die 3 in den Einern hat und dann hatte ich mich auf die 40-erreihe gewandt aber dann nachkontrolliert von 50 auf 70. Zwischen diesen Zahlen sind 20. Die 50 war ganz blaß lokalisiert; ich hatte den Blick auf die mittleren Zahlenreihen gerichtet" (1″).

Vp. G. Aufgabe 72,18. Dividieren. „Die Zahlen nicht sprachmotorisch gelesen nur überblickt und damit der Gedanke ‚ich weiß kein Verhältnis zwischen diesen Zahlen'. Die 18 war aber als viel kleiner bewußt als 72. Die beiden waren unbestimmt im Schema. Mit der Operation trat eine Schätzung der Distanz ein und ein Vergleich der zwei rechten Ziffern, beide führten zu 4, d. h. zuerst in der Nähe von 4 und dann bestimmt 4×1, 4×8 u. s. w. Wie weit das Sprach-motorische war, weiß ich nicht, dann sagte ich die Antwort 4 . . . Beim Multiplizieren waren die Zahlen fixiert und die Augen sind hin und her gegangen" (3″). — Subtrahieren, 79,38. „Die Zahlen abgelesen sprach-motorisch-akustisch 79,38, damit die Erkennung, welche Zahl nach oben gehört und wie ich die Subtraktion zu machen habe und damit auch die Erkennung, daß die beiden Ziffern des 79 größer sind als die der Zahl 38. Da habe ich die Antwort abgelesen, in zwei Stufen nacheinander 7 und 3 angesehen und forty gesagt, und dann 9 und 8 angesehen und one gesagt. Damit hatte 38 eine Tendenz sich unter 79 zu ordnen". Addieren 58,28. „Ich habe zuerst die Zahlen gesehen, nicht abgelesen nur überblickt. Es fiel mir auf, daß die zwei rechten Ziffern gleich sind und dachte, daß es eine Erleichterung ist, dann habe ich mich aber erinnert, daß es Addition und nicht Subtraktion war und mein Gedanke war, daß es für Addieren keine Erleichterung ist. Dann teils sprachmotorisch $8 + 8$, 16, die 6 rechts gesehen wie gewöhnlich klein geschrieben und dann 5, 6, 8 [1]) die verschiedenen Ziffern abgelesen und dann die Antwort gesagt. Ich weiß nicht, ob bevor ich die Antwort sagte die 8 optisch da war. Nachher verdeutlichten sich die Zahlen und das Resultat im Schema; ich wußte, daß die Antwort richtig war".

Wie man aus diesen Protokollen ersieht, zeigen die Erlebnisse dieser zwei Reihen Aehnlichkeit einerseits mit den einleitenden optischen, andererseits aber auch mit den ihnen parallelen akustischen Versuchsreihen. Bei der Besprechung steht vor uns dieselbe Aufgabe wie bei den akustischen, nur haben wir sie hier vor allem mit der einleitenden optischen Versuchsreihe zu vergleichen.

§ 15. Die Vorperiode.

Wie bei den einleitenden optischen Versuchen ist auch bei diesen Versuchsreihen das von uns als normal bezeichnete Verhalten (S. 20) in

1) d. h. $5 + 1$ (von $8 + 8 = 16$) sind 6 und $6 + 2$ (von 28) sind 8.

der Vorperiode das vorherrschende. Die Vp. A., C., F. und G. zeigten es regelmäßig; nur bei den Vp. C. und F. kam es je einmal vor, daß sie die Instruktion momentan nicht gegenwärtig hatten. Die Vp. C. hätte dabei beinahe schon bei „jetzt“ die Schnur gezogen, erinnerte sich aber zeitig, daß sie erst auf die Operation warten solle, und die Vp. F. hat umgekehrt etwas später gezogen, sie hatte vergessen, daß sie ziehen solle. Bei der Versuchsreihe a, b, O zeigten auch die Vp. D. und E. das normale Verhalten nicht aber bei O, a, b. Es kam vor (3 mal bei D. und 2 mal bei E.), daß sie in der Vorperiode „unwillkürlich“ eine Operation antizipierten, dabei will ich dies „unwillkürlich“ in Frage stellen, weil die antizipierte Operation gewöhnlich eine solche war, die unmittelbar vorher nicht dagewesen war, wie das bei den früheren Reihen der Fall war, wo man den Eindruck hatte, daß die frühere Einstellung einfach perseverierte. Daß diese Einstellung nicht ganz unwillkürlich ist, dafür bringt uns auch die Vp. E. einen Beweis, indem sie in der Vorperiode manchmal die vier möglichen Operationen sprach.

Für eine unwillkürliche latente Einstellung bietet uns die Vp. E. 5 Fälle dar, wo sie sagte, sie sei auf etwas anderes eingestellt aber nicht auf die Operation, welche käme, sie konnte aber nie sagen, auf was für eine. Eine solche Einstellung haben wir (S. 20) als Übergang zu einer spezifischen Einstellung bezeichnet. Bei der Vp. B. ist mir hier aufgefallen die Regelmäßigkeit, mit welcher sie in der Vorperiode immer eine bestimmte körperliche Haltung angenommen hatte. Sie brachte ihre Kleider in Ordnung, faltete die Arme ineinander auf die Brust, nahm die notwendige Distanz vom Kartenwechsler und machte als ob sie sich von der Außenwelt abschlösse; nur eine gewisse Neigung des Kopfes zeigte, daß sie auf das Wort des Versuchsleiters wartete. Bei solcher Abgeschlossenheit nahm sie verschiedentliches vor: bei der Versuchsreihe a, b, O einmal „Zahlen gesprochen, um überhaupt etwas zu tun“ und bei O, a, b hatte sie meistens eine Operation antizipiert. All das hat sie aber nicht so gestört, als die mehrmalige Selbstbeobachtung während des Prozeßverlaufes. Die gewöhnliche Folge war die, daß sie es nicht durchführen konnte und es rechtzeitig aufgegeben hat. Ein solches Verhalten habe ich durch Gegeninstruktion nicht vermeiden wollen, um zu sehen, ob es das Rechnen selbst beeinflußt. Ich darf hier gleich erwähnen, daß es keine große Veränderung mit sich bringt; höchstens im Aufnehmen der Aufgabe; wenn die Vp. sich z. B. beobachten wollte, ob sie die Zahlen liest, so kam es in der Regel vor, daß sie sie wirklich ablas, aber das Rechnen selbst war nicht merklich beeinflußt; nur die Reaktionszeit war etwas verlängert. Jedenfalls würde ich aber keiner Vp. mit Absicht raten, sich während des Prozeßverlaufes zu beobachten.

Außer diesen Mitteilungen über das Verhalten in der Vorperiode fällt mir noch eins auf, nämlich, daß bei der Versuchsreihe a, b, O ein normaleres Verhalten zu beobachten war als bei O, a, b und, daß bei der letzteren das Abnorme in einer Einstellung auf eine Operation bestand. Das kommt vielleicht daher, daß die Instruktion hier eine Leistung mehr von der Vp. verlangt (das Ziehen der Schnur) und wird wohl auch dadurch begünstigt, daß die Einstellung auf eine Operation erwartet wird, was wir auch bei den akustischen Versuchsreihen beobachtet und als eine vorzeitige Determination des allgemeinen Bestrebens zu rechnen durch die Instruktion angesehen haben.

§ 16. Die Hauptperiode.

1. Allgemeines.

Bevor eine vergleichende Aufzählung der beim Verstehen der Aufgabe beteiligten Bewußtseinsinhalte während dieser zwei Versuchsreihen unternommen wird, sind zwei Fragen noch zu beantworten. Die erste bezieht sich auf a, b, O-Reihe. Man könnte nämlich hier fragen, ob die dargebotenen Zahlen aufgenommen resp. verstanden waren, bevor die Operation mitgeteilt wurde, ob die Zeit von einer Sekunde ausreichte zur Auffassung der beiden Zahlen. Daß das der Fall sein kann, haben schon die Versuche von Cattell[1]) gezeigt, aber auch die Aussagen unserer Vp. beweisen es. Es ist nie vorgekommen, daß die Vp. erklärt haben, die Zeit sei zu kurz gewesen, im Gegenteil die Vp. sagte manchmal, sie hätte die Zahlen längst aufgefaßt als die Operation kam. Ob freilich die Auffassung eine genügende war, das wird uns erst die Analyse der Aussagen zeigen.

Eine zweite Frage bezieht sich auf die O, a, b-Reihe. Wird dann nicht der ganze Prozeßverlauf dadurch geschädigt, daß die Vp. selbst die Zahlen zum Erscheinen bringen wollte, daß sie also den Kartenwechsler bedienen sollte? Darüber ist zu sagen, daß den richtigen Versuchen einige Vorversuche vorausgegangen sind und daß mit Ausnahme von 2 Fällen (Vp. C. u. F. S. 76 f.) die Vp. nie von einer Störung berichtet haben; wenn sie darüber gefragt wurden, meinten sie, sie hätten es ganz mechanisch ausgeführt.

2. Auffassen und Ausrechnen.

Sehen wir auch hier zuerst, wie die optisch gebotenen Ziffern ausgenützt werden. Das Ablesen der gesehenen Zahlen tritt entschieden

1) a. a. O. S. 312 ff.

zurück, ja die Vp. D., E. und F. beschrieben sogar nie ein sprach- resp. akustisch-motorisches Ablesen.

Die Vp. **A.** hatte nur bei der Versuchsreihe a, b, O zweimal die ganze Aufgabe, d. h. die beiden Zahlen gelesen, und zwar sagte sie das erste mal: „Ich wanderte mit der Aufmerksamkeit hin und her, dabei hörte ich innerlich die Zahl 72 und 18, ich hatte einen Größeneindruck, auch eine Tendenz“ und das zweite mal berichtet Sie: „Ich habe diesmal innerlich gesprochen, ich habe die Zahlen abgelesen, warum weiß ich nicht“. Einmal hatte sie nur angefangen zu lesen, hörte aber nur innerlich (62, 17 addieren). Bei der Versuchsreihe O, a, b hatte sie nur einmal die erste Zahl sprach-motorisch gelesen.

Die Vp. **B.** hatte bei a, b, O einmal die Aufgabe 35 u. 48 gelesen, aber erst die Zahlen überblickt und dann beim Ausrechnen gelesen und einmal nur die erste Zahl. Bei O, a, b hatte sie nur zweimal je eine Zahl gelesen.

Die Vp. **C.** gab nur einmal bei a, b, O an, die erste Zahl gelesen zu haben. Die Vp. G. hatte bei a, b, O zweimal die Zahlen gelesen und bei a, b, O nur 5 mal, davon 3 mal dabei nur die erste Zahl. Zu bemerken ist, daß das direkte Ablesen während dieser Versuchsreihen so gut wie ganz fehlt und desto mehr das Überblicken zum Vorschein kommt. Dabei kann das Überblicken ein einmaliges oder mehrmaliges sein, d. h. die Vp. fährt ein paar mal mit den Augen oder mit der Aufmerksamkeit hin und her.

Die Vp. **E.** beschrieb bei O, a, b eine simultane Auffassung d. h. nur ein einziges Hinblicken, ohne konstatierbares Wandern mit den Augen, genügte für die Auffassung. Die Vp. B. berichtete 3 mal von einem Gesamteindruck. Hier ist darunter natürlich nicht jene Gesamtauffassung als ein bestimmter Operationskomplex, die wir in früheren Reihen erwähnt haben, zu verstehen, es werden vielmehr nur die optischen Bilder als etwas Zusammenhängendes, etwas, was noch spezieller aufzufassen ist, angesehen. Daß das Ueberblicken allein ein Verstehen mit sich bringen kann, zeigen die Erlebnisse selbst. Aber wie vollständig das Verstehen ist, ist schwer zu sagen, doch darauf werden wir erst später zu sprechen kommen. Eine bedeutend größere Rolle spielen die optischen Bilder beim Ausrechnen, indem sie durch abwechselndes Fixieren durch einen beziehenden Blick die Beziehungsetzung der einzelnen durch sie bezeichneten Zahlen ermöglichen. Es ist nur bei der Vp. A. ein paarmal vorgekommen, daß die Beziehungsetzung nur auf dem akustischen Gebiet stattfand, indem sie dabei von den Zahlen wegsah. Auch das (sprachmotorische) Ablesen fand eine häufigere Anwendung während des Ausrechnens besonders bei der Vp. G., weil sie sich ja

immer der sprach-motorischen Elemente bediente. Optische Vorstellungen von Zwischenzahlen sind von allen Vp. angegeben, sie erfahren hier keine wesentliche Modifikation. Auch die Anwendung der Schemas ist im allgemeinen dieselbe wie bei der einleitenden optischen Reihe, nur bei der Vp. F scheint sie ziemlich zurückzutreten. Die Operationsschemata werden von der Vp. G. auch hier als ganz gewöhnliche Erscheinungen angegeben. Die optische Richtung, welche mit dem Verstehen der Operation eintrat, ist hier nur von der Vp. A. angegeben worden, aber entschieden seltener (5 × von 32 Aufgaben bei a, b, O) als bei den akustischen Versuchsreihen. Aehnlich war es bei den einleitenden Versuchsreihen.

Wenn wir die Ergebnisse dieser Analyse mit den der einleitenden Versuchsreihe vergleichen, so sehen wir, daß kein großer Unterschied in der Ausnutzung der optischen Bilder vorliegt. Das relativ seltenere Auftreten der akustisch-motorischen Elemente bei den zwei letzten Reihen kann als Folge der Uebung angesehen werden. Zu dieser Annahme berechtigt uns die Tatsache, daß diese Elemente gegen Ende der einzelnen Versuchsreihen so oft vorkommen wie bei den jetzt zu besprechenden Versuchsreihen. Das Gemeinsame aller drei Versuchsreihen ist die Art, auf welche die Zahlen oder Zahlenteile in Operationsbeziehungen zu einander gebracht werden, nämlich durch Hin- und Herwandern, Fixieren mit den Augen, die Ziffern mit einem beziehenden Blick verbinden.

Von den übrigen Bewußtseinsinhalten bei der Versuchsreihe a, b, O treffen wir das Bedeutungsbewußtsein sich zuerst auf einzelne Zahlen erstrecken. Die Bedeutung ist dabei nur seltener zugleich an akustische oder akustisch-motorische Bewußtseinsinhalte gebunden. An zweiter Stelle begegnet uns jenes vorzeitige Determinieren des Bestrebens zu rechnen der Art nach, das wir bei der akustischen a, b, O Reihe mit dem Wort Tendenz bezeichneten. Die Vp. E. spricht am häufigsten davon (in 84 % der Fälle) und die Vp. D. am seltensten Die Art, wie sie auftritt, sowie der Grad ihrer Ausprägung (Determinierung) sind dieselben wie bei den parallelen akustischen Versuchsreihen.

Zwei Fragen, die für alle 4 Reihen von Wichtigkeit sind, scheinen mir dabei eine Erklärung zu benötigen. Ist das Auftreten einer Tendenz als ein Zeichen dafür anzusehen, daß die Zahlen wirklich aufgefaßt worden sind, und zweitens liegt in den Fällen, wo keine Tendenz auftritt, keine Auffassung der Zahlen vor? Um die erste Frage zu ent-

scheiden, müssen wir folgende Differenzierung unternehmen. In denjenigen Fällen, wo die Vp. durch Reflexion die kommende Operation zu erraten sucht, ist es ohne weiteres klar, daß eine Auffassung der Zahlen vorliegt, denn die Reflexion findet hauptsächlich auf Grund der Zahlen statt. Aber auch in Fällen, wo die Aufgabe unter einer intendierten Operationsbeziehung ganz oder teilweise gelöst wird, setzt die Lösung, insoweit der Prozeß nicht rein mechanisch vor sich gegangen ist, immer ein gewisses Verstehen voraus. Von den übrigbleibenden Fällen sind besonders zweifelhaft die Multiplikationstendenzen. Da in der Regel hier die eine Zahl eine einstellige ist, könnte es vorkommen, daß die Auffassung der Einstelligkeit allein die Tendenz verursache. Daß das der Fall sein mag, können wir nicht bezweifeln, aber es gibt Aussagen, die diesen Möglichkeiten eine absolute Geltung abzusprechen scheinen. Das sind ein paar Fälle, wo die eine Zahl eine einstellige war, beim Multiplizieren aber ein Resultat über 100 herausgekommen wäre. Angesichts solcher Aufgaben haben manche Vp. (A., B., C., G.) eine andere Tendenz angegeben oder, wenn eine Multiplikationstendenz als möglich bewußt war, so meinte die Vp. B., das Ausrechnen würde sehr schwer sein. Aehnlich ist es auch bei Additions- und Subtraktionstendenzen; wenn die vermeintliche Summe zweier Zahlen über 100 hinausgeht, so kommt eine Subtraktionstendenz aber, wenn dabei die rechte Zahl größer ist als die linke, so kommt trotzdem eine Addition zu stande mit dem Bewußtsein, daß die Summe über 100 hinausragt. Ich meine alle diese Tatsachen sprechen klar dafür, daß die Wahrscheinlichkeit eine Tendenz könne auch auftreten ohne jede Auffassung der Zahlen, nicht sehr groß ist. Es mögen immerhin wenige derartige Fälle vorgekommen sein. Daß dabei die Auffassung der Zahlen in den einzelnen Fällen eine recht verschiedene sein kann, ist nicht zu bezweifeln: in einem Falle wird nur die Größe der Zahlen bewußt sein, im anderen etwa ein Vielfachsein von anderen Zahlen etc.

Die zweite Frage zu entscheiden ist sehr schwer, denn die besseren Rechner unter meinen Vp. (C., E., F.) geben in der Regel öfter solche Tendenzen an als die anderen aber auch bei ihnen sowie bei den guten Beobachtern unter den anderen liegen doch solche Fälle vor, wo trotz einer Auffassung keine Tendenz auftrat. Das sind also ausdrückliche Aussagen über ein Verstehen der Zahlen ohne Tendenz. Umgekehrt liegen auch einige Angaben vor, welche betonen, daß kein Verstehen und keine Tendenz vorhanden waren. Daher sind bei Fällen wo keine Tendenz auftrat, die Zahlen nicht schlechterdings als unaufgefaßt zu betrachten. Dafür kann nur die Aussage der Vp. eine Entscheidung

beibringen oder wenn darüber eine solche fehlt, müssen sie als zweifelhaft angesehen werden.

Ohne weiteres auffallend bei der Tendenzerscheinung ist das Bewußtsein von der Operationsbeziehung, welche hier nur selten eine unbestimmte und am meisten durch eingeleitetes oder ausgeführtes Rechnen ausgezeichnet war. Das Verstehen der wirklich verlangten Operation rief dieselben Erlebnisse hervor, wie bei der akustischen a, b, O-Reihe. Das Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung der Zahlen trat auch hier manchmal gemäß der intendierten und dann gemäß der verlangten Operation auf.

Bei der Versuchsreihe O, a, b ist es ganz ähnlich gegangen wie bei der ihr entsprechenden akustischen Reihe mit dem Unterschied nur, daß hier die Auffassung der Operation getrennt für sich eintreten sollte, bevor die Zahlen erschienen; die Vp. war ja instruiert, erst mit dem Verstehen der Operationskopula die Schnur zu ziehen. Diese Tatsache erklärt uns das Fehlen einer komplexen Auffassung, bei welcher die Auffassung der Operation vorher für sich nicht vorhanden war, wie es bei der akustischen Reihe vorkam, obwohl auch dort die Operationskopula zuerst mitgeteilt wurde. Für die akustische Versuchsreihe ergibt sich hier eine Ergänzung. Wie konnten nämlich zwei Zahlen z. B. als ein Divisionskomplex aufgefaßt werden, wenn das vorausgegangene Wort ‚Dividieren' nicht verstanden wäre? Ich meine in solchen Fällen müssen wir annehmen, daß auch hier ein getrenntes Auffassen der Operationskopula vorhanden war und nur, weil es ohne besondere angebbare Bewußtseinsinhalte eingetreten war, und weil gleich darnach die Zahlen kamen, war es nicht so leicht für sich fixierbar; denn die Zahlen waren auch dort der Operation gemäß als ein Operationskomplex aufgefaßt und es kam nie eine andere Operationsbeziehung zu stande wie bei den einleitenden Versuchsreihen, wo das Operationszeichen gar nicht beachtet wurde und einfach eine andere früher antizipierte Operation die Operationsbeziehung bestimmte. Man kann doch sagen, das Verstehen äußert sich nicht anders als dynamisch. Es ist nichts im Bewußtsein nachzuweisen. Das Wort Dividieren etwa wirkt nur auf das Kommende ein. Die optische Darbietung bei entsprechender Instruktion ermöglicht es, diese Lücke in der Aussage der Vp. bei der akustischen Reihe zu entdecken und zu erklären. Nach einer getrennten Auffassung der Operations kopula wurden die Zahlen entweder gleich in ihrer funktionellen Bedeutung (das ist die Regel bei allen Vp.) oder erst für sich und dann in ihrer funktionellen Bedeutung aufgefaßt. Das letztere trat besonders deutlich bei der Vp. G. auf. Also auch in dieser Beziehung liegt hier ein Unter-

schied vor gegenüber der akustischen Versuchsreihe, wo die Auffassung der Zahlen gleich eine der funktionellen Bedeutung nach war.

Das Verstehen der Operationskopula zeigt genau dieselben Besonderheiten wie bei der akustischen Reihe, nur kommen bei der optischen öfter Fälle vor, wo die Auffassung ohne besondere angebbare Bewußtseinsinhalte erfolgte. Wie man sieht, ist auch bei der optischen O, a, b-Reihe dasselbe klar hervorgetreten, nämlich daß die Zahlen gewöhnlich als in einer Operationsbeziehung stehend und ihrer entsprechenden funktionellen Bedeutung nach aufgefaßt werden. Von den übrigen Bewußtseinsinhalten gedanklicher Art kommt bei Gelegenheit das Regelbewußtsein während dieser zwei Versuchsreihen unverändert vor. — Der Größeneindruck findet sich hier etwas seltener bei der Auffassung der Zahlen angegeben und genau so oft hier bei dem Endresultat wie bei dem Endresultat der akustischen Reihen.

Ein Ueberblick über die drei optischen Versuchsreihen wird nur zu ähnlichen Schlußfolgerungen wie bei den drei akustischen Reihen berechtigen: 1) Die begleitenden Bewußtseinsinhalte anschaulicher Art (akustische, akustisch-motorische) während des Auffassens tragen bei keiner Vp. den Charakter einer absoluten Notwendigkeit und kommen individuell verschieden oft vor. Was nun die Darbietungszeichen anbelangt, ist bei den optischen eine bewußte Anwendung der optischen Darbietungszeichen (Ziffern) bei allen Vp. feststellbar (beziehendes Fixieren). Dagegen ist die Anwendung der akustischen Darbietungselemente nur bei der Vp. A. mit einer größeren Häufigkeit zu konstatieren. 2) Von den gedanklichen Bewußtseinsinhalten treten auch bei den optischen Versuchsreihen das Bewußtsein von der Operationsbeziehung und das Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung der Zahlen, als Modifikation des Bedeutungsbewußtseins mit einer Regelmäßigkeit hervor, welche ihr Vorkommen für notwendig beim rechnerischen Auffassen erklärt. — Eine nähere Würdigung der einzelnen Bewußtseinsinhalte versuche ich in dem nachfolgenden zusammenfassenden Paragraphen.

§ 17. Zusammenfassendes über die Auffassung des Gebotenen.

I. Allgemeines.

Wir geben der Vp. akustisch oder optisch zwei Zahlen und eine Operationskopula (i. e. Operationswort oder Zeichen) in verschiedener zeitlicher Ordnung. Jedes Wort bezw. Schriftzeichen hat dabei für sich

eine ganz bestimmte Bedeutung, oder besser gesagt kann isoliert von den anderen, für sich, eine ganz bestimmte Bedeutung haben und also von der Vp. individuell beachtet werden. Nun sind aber die beiden Zahlen als einer bestimmten Klasse von logischen Gegenständen angehörend von der Operationskopula zu unterscheiden und können beim Auffassen auf ähnliche Weise beachtet werden, die Operationskopula dagegen wird als ein anderer Gegenstand für sich, oder trivial ausgedrückt nicht als Zahl aufgefaßt werden. Trotzdem aber hier zwei Gegenstände verschiedener Art dargeboten werden, besteht doch ein gewisses Verhältnis zwischen ihnen. Nicht dieses der Nacheinanderfolge oder des Zusammengegebenseins, sondern die Operationskopula nimmt zu den Zahlen das Verhältnis der spezifischen Zusammengehörigkeit an und sucht eine bestimmte Operationsbeziehung zwischen den beiden Zahlen zu stiften. Das Zustandekommen der einzelnen Operationsbeziehung ist also von der Auffassung der Operationskopula abhängig. Sie tritt nicht als besonderes Erlebnis ins Bewußtsein, ist aber durch die Aufgabe selbst gegeben, und man sieht ihre Wirksamkeit bei jeder Aufgabe. Besonders deutlich tritt sie in Fällen hervor, wo eine Operation schon in der Vorperiode antizipiert oder durch die Auffassung der Zahlen intendiert war. Die mitgeteilte Operation wird ohne weiteres als zu der Aufgabe angehörend aufgenommen und verdrängt die früheren aus dem Bewußtsein oder macht sie wenigstens unwirksam.

Wie können wir denn wissen, daß die Vp. das Dargebotene aufgefaßt hat? Das erste Kriterium dafür ist selbstverständlich die direkte gewissenhafte Aussage der Vp. darüber. Kann sie uns sagen, wann und wie, durch was für Bewußtseinsinhalte oder Funktionen die Auffassung eingetreten und repräsentiert war, so haben wir damit das Wichtigste gewonnen und müssen wir selbstredend noch den Grad der subjektiven Sicherheit der Vp. bei der Aussage in Betracht ziehen. Die Protokolle zeigen, daß es der Vp. manchmal gelingt, sehr genau und ausführlich Auskunft zu geben, aber manchmal begnügte sie sich nur mit der Angabe, sie hätte es verstanden ohne sagen zu können, auf welche Weise. Und oft zeigte es sich bei den weiteren Berichten, daß das Verstehen mangelhaft gewesen war.

Deswegen ist es notwendig, daß die Aussagen einer Kontrolle unterworfen werden. Die Tatsache, daß man es hier nur mit zwei Arten von Gegenständen zu tun hat (einzelne Zahlen und die Operationskopula) und daß, wenn die Operationsbeziehung bestimmt wird, man nur zwei Zahlen vor sich hat, welche gemäß der Beziehung zueinander eine dritte Zahl als Resultat ergeben sollen, gibt einige Kriterien, die die Art der Auffassung des Dargebotenen zu kontrollieren imstande sind. An

erster Stelle steht da die Richtigkeit des Resultates und an zweiter die Erlebnisse der Aufgaben-Lösung. Diese letzteren erlauben uns nicht bloß, die Aussage der Vp. zu bestätigen oder korrigieren, sondern auch das zu erfahren, was die Vp. übersehen oder nicht zu sagen vermocht hat, nämlich die Art und die Selbständigkeit des Verstehens. So z. B. bekommen wir bei der sukzessiven Darbietung der Aufgabe „60 durch 12" verschiedene Aussagen. Alle geben direkt oder indirekt an, daß die Zahlen 60 und 12 verstanden waren und die Beziehung der Division auch. Einige Vp. geben aber gleich mit Sicherheit das Resultat 5 an und andere müssen sich zuerst besinnen, oder sie probieren sogar 5 × 10, 5 × 2 um die Sicherheit zu gewinnen. Für diejenigen nun, welche das Resultat ohne Besinnen gleich angegeben haben, war entweder der Prozeß ein rein mechanischer d. h. ein Assoziationsprozeß, oder wir müssen annehmen, daß die Zahl 60 gleich als ein Vielfaches von 12 und von 5 aufgefaßt war oder, daß mit dem Verstehen der Zahl spontan ein anderes Vielfachsein z. B. von 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 etc. mitgegeben war. Selbstverständlich nun ist es ein ganz anderes Verstehen, wenn mir das eine Mal die Zahl 60 nur als eine bekannte Zahl gegeben ist, das andere Mal als eine bekannte und zugleich als diejenige, welche um 10 größer ist als 50, und wieder ein anderes, wenn sie nur als Vielfaches von bestimmten Zahlen gegeben ist. Eine verschiedene Art des Auffassens ist es auch, wenn bei 12 mal schon die ganze 12-Reihe 24, 36, 48, 60, 72 etc. vor mir auftaucht, als wenn mit 12 nur der Eindruck der sympatischen Zahl gegeben ist.

Es ist, wie man sieht, die Art der Gegenstände mit welchen wir hier zu tun haben, welche uns manche Anhaltspunkte zu einer objektiven Kontrolle des Aussagens der Vp. gibt. Hier kann eben derselbe Gegenstand in der verschiedensten Weise aufgefaßt werden, unbeschadet seiner Identität. Das gilt bis zu einem gewissen Grade auch von anderen Gegenständen, welche durch Worte oder Wortkomplex sprachlich dargestellt werden; doch sind wir hier nie so sicher, daß wir es auch trotz verschiedener Auffassung wirklich mit demselben zu tun haben.

Wir müssen noch zwei Umstände in Betracht ziehen, wenn wir von der richtigen Lösung der Aufgabe auf die richtige Auffassung des Dargebotenen schließen wollen: 1) Den Assoziationsmechanismus, den man beim Rechnen des Erwachsenen oft beobachtet, welcher schon in der Schule gepflegt wurde und durch die tägliche Uebung unterstützt wird. Er ist, wie die Protokolle zeigen, bei den verschiedenen Vp. in verschiedener Entwicklung zu treffen und kommt auch verschieden zum Ausdruck. Bei manchen kommt er nur bei Multiplikation, bei manchen aber auch bei Division und Addition vor, bei manchen benötigt

er immer des sprach-motorischen Phänomens, bei anderen dagegen kommt er auch bei optisch dargebotenen Komplexen vor. Sein Wesen können wir hier nicht betrachten. Wir wollen nur feststellen, daß sein Funktionieren, wie die Vp. berichten, auch durch ein Nichtverstehen des Dargebotenen nicht völlig ausgeschlossen wird. 2) Die Uebung und Gewöhnung, welche innerhalb der einzelnen Versuchsstunde, Versuchsreihe und der ganzen Untersuchungszeit gewonnen wird, ist auch zu berücksichtigen. Ich meine hier nicht bloß den Gewinn in der Rechenfertigkeit und der Selbstbeobachtung, welche für die Ergebnisse der Versuche von Vorteil sind, sondern auch die Gewöhnung an die immer wieder vorkommenden Erlebnisse, welche ihnen den Charakter des Selbstverständlichen gibt, sie uninteressant macht und ein Uebersehen derselben ermöglicht. Um dies auszuschalten, habe ich immer für mich eine Vergleichung der früheren und späteren Erlebnisse durchgeführt und oft nach früher vorgekommenen Bewußtseinsinhalten vorsichtig gefragt; außerdem habe ich nach Beendigung der letzten Versuchsreihe in einer resp. zwei Versuchsstunden gemischte Aufgaben von allen sechs Versuchsreihen dargeboten.

Die richtige Lösung ist also nicht immer ein Kriterium für die Auffassung des Gebotenen, man muß noch die Art des Lösens in Betracht ziehen. Denn es ist ganz sicher, daß die Auffassung andersartig gewesen ist, wenn etwa die Aufgabe 51 durch 17 durch Zerlegung der Zahl 51 in 30 und 21 gelöst wird, als wenn es durch verschiedene Zahlen etwa erst mit 4 und dann mit 5 probiert wird. Erst an letzter Stelle, nur indirekt selbstredend, kommt die Reaktionszeit als objektive Kontrolle für die Auffassung der Aufgabe in Betracht, indem man die beschriebenen Erlebnisse in Beziehung zu den Reaktionszeiten setzt und sieht, ob sie nicht im Widerspruch mit ihr stehen und dann, indem man die Aussagen und Reaktionszeiten verschiedener Vp. miteinander vergleicht. So finden wir z. B. bei der Vp. D ganz ähnliche Aussagen wie bei der Vp. C, und doch ganz verschiedene Reaktionszeiten; das nötigt uns, die Aussagen der Vp. D noch kritischer zu betrachten.

2. Die Auffassung der Zahlen.

Fragen wir nun, wie die Zahlen aufgefaßt werden. An erster Stelle kommen diejenigen Fälle, wo die Vp. einfach sagt, sie hätte sie verstanden ohne andere angebbare Bewußtseinsinhalte. Es ist nur eine Konstatierung der Tatsache des Verstehens, der Auffassung ohne besondere nähere Bestimmung der aufgefaßten Zahl; genau so wie bei

Worten, wo man mit einem „ich weiß schon, was damit gemeint ist“, solche Auffassung zum Ausdruck bringt, wo also ein Bedeutungsbewußtsein, das man nicht näher charakterisieren kann, vorliegt. Diese Art Auffassung ist schwer zu kontrollieren, weil sie oft bei Zahlen vorkommt, deren nähere Beschreibung nicht leicht ist. Solche Zahlen werden als besondere Individualitäten aufgefaßt, ohne daß man die individualisierenden Momente angeben kann. Daß es sich dabei um eine gesehene, gehörte oder gesprochene Zahl handelt, das betrifft nur die sinnlichen Elemente, die Darbietungszeichen, welche die Bedeutung vermitteln.

An zweiter Stelle kommen die Zahlen in Betracht, welche als mehr bekannt, mehr geläufig, charakteristisch leicht zu behalten, zu beurteilen sind. Solche sind z. B. die mit Null endigenden, runden, vollen Zahlen, welche auch zur näheren Bestimmung anderer Zahlen dienen können. Die Auffassung dieser Zahlen ist ähnlich mit den an erster Stelle angeführten, nur ist sie bei den letzten leichter zu beurteilen.

Drittens, sind diejenigen Zahlen zu erwähnen, deren Determinierung durch andere mehr geläufige und bestimmtere Zahlen erfolgt z. B. die Zahlen mit einer Einheit in den Einern als die eben über den Zehnern hinausragenden oder mit 9 Einheiten in den Einern als Zahlen, welchen nur eine Einheit fehlt um rund zu sein, dann Zahlen die in der Nähe von 100 oder von 50, die Hälfte eines jeden Zehners usw. sind. Hier ist die Bestimmung eine indirekte; die Bedeutung der aufzufassenden Zahl ist durch die Bedeutung anderer Zahlen bestimmt, welche ihrerseits in der Regel nicht anschaulich im Bewußtsein repräsentiert sondern nur intendiert sind.

Viertens, ähnlich mit dieser ist die Bestimmung derjenigen Zahlen, welche als Teil- oder vielfaches von anderen Zahlen bestimmt sind, wobei die anderen Zahlen nicht immer anschaulich gegenwärtig zu sein brauchen.

Fünftens, eine andere Art indirekter Bestimmung der Zahlen ist die durch ihre Darbietungszeichen (optisch oder sprach-motorisch akustisch). Da werden die Zahlen als gleich oder verschiedenzifferig gegenseitig bestimmt. Oft wird übrigens die Gleichheit der Ziffer in einer und derselben Zahl oder in zwei verschiedenen Zahlen nicht bemerkt oder nicht gleich bemerkt und nicht immer für die leichtere Auffassung und Lösung der Aufgabe bewußt. Eine solche Auffassung ist eigentlich nur eine äußerliche und findet eine Anwendung, wenn der Gleich- resp. Verschiedenziffrigkeit auch eine funktionelle Bedeutung zukommt oder Anlaß zum Regelbewußtsein gibt. In dieser Beziehung ist besonders interessant der Unterschied in der Auffassung der Zahlen bei der akustischen und bei der optischen Darbietung. Während die akustische

kaum eine ziffermäßige Auffassung zuläßt, ist sie bei der optischen Darbietung häufig; beim Ueberblicken begnügt sich nämlich oft die Vp. nur mit der Konstatierung der Größenverhältnisse der einzelnen Ziffern, besonders kommt das bei der Vp. G vor.

Sechstens, eine andere Art ist die Auffassung, wo die Bedeutung durch anschauliche Bewußtseinsinhalte eines anderen Sinnesgebiets, das bei der Darbietung nicht beteiligt ist, vermittelt wird. Damit möchte ich denjenigen Aussagen meiner Vp. Rechnung tragen, welche sagen, daß die Zahlen erst durch solche Bewußtseinsinhalte verstanden waren: etwa bei den akustischen Versuchen optische Bilder, Richtungen, Schemata, und bei den optischen Reihen akustisch-motorische Elemente (Schemata). Daß Inhalte eines sekundär beteiligten Anschauungsgebiets für die Auffassung nicht unbedingt notwendig sind, haben wir angedeutet, vielfach aber scheint das Verstehen doch an sie gebunden zu sein.

Siebentes, eine sehr charakteristische Bestimmung der verstandenen Zahlen ist die nach deren quantitativem Wert. Manche Vp. gaben es von selbst, ohne gefragt zu sein an, ob die verstandene Zahl auch nach ihrer Zahlengröße verstanden war, andere erst nach Befragen, und es sind folgende Verschiedenheiten dabei aufzuweisen. Eine Zahl wird als groß, mittelgroß oder klein aufgefaßt und zwar entweder ohne Beziehung auf andere Zahlen oder in einer solchen zu anderen früher oder gleichzeitig dargebotenen Zahlen. Dieser Größeneindruck ist dabei manchmal aber nicht immer an anschauliche Elemente (die Ziffern, Worte, Schema) gebunden und trägt, wie man sich leicht denken kann, etwas Relatives an sich. Eine und dieselbe Zahl wird einmal als groß und einmal als klein oder mittelgroß aufgefaßt, weil jedesmal eine andere Größenbedeutung mitspielte. Das ist speziell der Fall bei der Vp. A, welche diesen Größeneindruck am häufigsten beschrieb. Es ist die Größenbestimmung dabei nur eine ungefähre; Zahlen, die nahe beieinander liegen, rufen daher denselben Größeneindruck hervor. Auch die Vp. C, D und E gaben obwohl selten spontan, gewöhnlich nur nach Befragen an, daß sie in der Regel (nicht immer bei D und E) einen bestimmten Größeneindruck erlebten. Vielleicht sind diese Größeneindrücke feiner markiert als bei A, aber es war mir nicht möglich, diese Angaben näher zu kontrollieren. Immer einen ganz bestimmten Größencharakter scheinen die Zahlen bei den Vp. B, F und G zu tragen, welche sie gewöhnlich in Schemata lokalisieren, die für jede Zahl einen ganz bestimmten Punkt haben. Der Zahlenwert wird dabei nicht nur durch diesen Punkt, sondern auch durch die in der Nachbarschaft und durch die Entfernung von dem Nullpunkt charakterisiert. Das Schema ermöglicht eine dreifache Bestimmung: eine lokale, eine durch Nachbarzahlen und eine durch die

Entfernung vom Nullpunkt. Ich will die lokale als solche bezeichnen, welche der Zahl einen selbständigen Größenwert gibt und die Entfernung vom Nullpunkt als solche Bestimmung, welche den Zahlenwert als einen Streckenwert darstellt. Es konnte dabei, wie bei der Vp. G, auch eine ungefähre Bestimmung im Schema gegeben werden, indem eine Zahl nicht genau lokalisiert wird, doch ist ein Bewußtsein davon, wo sie ungefähr im Schema liegen würde, vorhanden. Wenn wir nun auch die Ausdrücke wie „Zahlenreihe", beim Addieren und Multiplizieren „in die Höhe gehen", bei Subtrahieren und Dividieren „heruntersteigen" als Symbole betrachten, welche den Zahlen, immer eine bestimmte Ausdehnung verleihen, so können wir sagen, daß die Zahlengröße, der Zahlenwert bei den Zahlen immer mitgedacht wird und daß die Größenbestimmung der Zahlen wesentlicher ist, als die anderen Bestimmungsstücke wie z. B. ihre sinnliche Repräsentation.

Das bis jetzt gesagte kann das Verstehen der Zahlen überhaupt, d. h. unbeachtet, ob sie in Operationsbeziehung zu einander stehen oder nicht, charakterisieren. Speziell aber in unserem Falle, wo die Zahlen unter dem Einfluß jenes Bestrebens zu rechnen stehen, werden sie gewöhnlich nicht einzeln für sich aufgefaßt sondern in Beziehung zu einander. Es ist durch die Art der Darbietung und Instrucktion bedingt, daß die zwei Zahlen, in gewisser zeitlichen oder räumlichen Entfernung zu einander gegeben und durch eine gewisse Operationskopula verbunden, noch eine andere Auffassung erfahren. Alles das bedingt nämlich eine Wechselwirkung zwischen den beiden Zahlen, welche auf diese Weise zum Ausdruck kommt, daß das Größenverhältnis der beiden Zahlen auffällt, oder daß die Zahlen als geeignet oder ungeeignet für die Operationsbeziehung aufgefaßt werden oder endlich, daß die Operationstätigkeit gleich mit der Aufnahme der Zahlen auf sie ausgeübt wird; wir können allgemein sagen, daß die Zahlen unter dem Gesichtspunkt einer Operationsbeziehung oder in bestimmter Operationsbeziehung zu einander aufgefaßt werden, wobei aber das Verstehen hauptsächlich durch das Bewußtsein von der Operationsbeziehung und der funktionellen Bedeutung charakterisiert wird.

Endlich sind die Zwischenzahlen zu erwähnen. Sie werden entweder durch Vorstellungen verschiedener Sinnesgebiete repräsentiert, oder nur intendiert oder endlich durch vollzogene oder nur intendierte Operationen bestimmt[1]).

---

1) Ob eine Zahl durch eine nicht ganz vollzogene Operation genau charakterisiert sein kann, habe ich zu erfahren gesucht, indem ich die Resultate zweier noch nicht ausgeführter Operationen zu vergleichen gegeben hatte wie etwa: Was ist größer 12 + 14

Wenn wir mit wenigen Worten die Resultate dieser Zusammenfassung über die Zahlenauffassung wiedergeben wollen so können wir sagen: 1) Ein Sinnesgebiet ist genügend, die Zahl dem Bewußtsein zu vermitteln. 2) Die Auffassung ist hauptsächlich durch das Bedeutungsbewußtsein charakterisiert. 3) Stehen zwei Zahlen in rechnerischer Beziehung zueinander, so werden sie gemäß dieser Beziehung in ihrer funktionellen Bedeutung aufgefaßt.

3. Die Auffassung der Operation.

Versuchen wir dasselbe über die Auffassung der Operation, so müssen wir, wie bei der Auffassung der Zahlen an die erste Stelle diejenigen Fälle stellen, bei welchen die Operationskopula ohne weiteres verstanden wird ohne irgendwelche angebbare Bewußtseinsinhalte. Manchmal kommen Aussagen vor, welche uns zeigen, daß da das Bewußtsein der Leichtigkeit, der Schwierigkeit, der Sicherheit oder Unsicherheit, der Selbigkeit oder Nichtselbigkeit, falls die Auffassung in Beziehung zu der vorausgegangenen Aufgabe steht, eine Rolle spielt.

Dann kommen alle jene Fälle, bei welchen die Auffassung der Operation von Bewußtseinsinhalten anschaulicher Art (optische oder akustisch-motorische Vorstellungen) begleitet wurde. Ich sage hier begleitet, weil es auch hier ziemlich zweifelhaft ist, wann diese anschaulichen Inhalte eintreten d. h. ob vor, mit oder nach dem eigentlichen Verstehen der Operationskopula und ob sie das Verstehen nur anbahnen, ermöglichen oder überhaupt ausmachen. Wenn man die Aussagen betrachtet, so wird man solche finden, welche dafür sprechen, daß diese Elemente als Träger des Verstehens angesehen werden können. Wenn wir z. B. solche Aussagen hören: „Mit dem Addieren — eine Richtung nach oben“ oder „die Multiplikation wurde mit Hilfe eines Divisionszeichens, das ich optisch vor mir gesehen hatte, verstanden“, so muß man annehmen, es ist hier diese Richtung resp. diese optische Vorstellung des Divisionszeichens, welche die Operation im Bewußtsein repräsentierten. Aussagen dagegen wie: „Ich habe die Division gleich verstanden, hatte auch eine dunkle Vorstellung von einem Schema, so etwa zwei Zahlen und dazwischen das Divisionszeichen“, oder „die Subtraktion habe ich gleich mit

---

oder 4 × 7; 45 — 17 oder 58 — 30; 4 + 8 oder 6 + 5, 75 : 15 oder 32 : 8 etc. Obwohl diese Aufgaben nicht so leicht waren, gab es doch Fälle (45 : 5 oder 42 : 6, 18 — 9 oder 70 : 14) wo der Vergleich ohne vollständiges Ausrechnens stattfand. Diese Versuche wurden aber nicht fortgesetzt.

dem Ansehen des Zeichens, das ich vielleicht auch gelesen habe (minus), verstanden", haben nicht dieselben Ansprüche, als notwendige oder alleinige Repräsentationen zu gelten, sie werden von den Vp. auch nur als nebenbei bemerkte Erscheinungen beschrieben. Es ist also hier nicht nur die Tatsächlichkeit des Vorkommens dieser Inhalte, sondern auch die Wichtigkeit, welche ihnen die Beschreibung der Vp. geben, zu berücksichtigen. Daß in dem Vorkommen dieser Inhalte sich auch der Anschauungstypus [1]), welchem die Vp. angehört, in beträchtlicher Weise abspiegelt, ist nicht zu leugnen; aber die Tatsache allein, daß es bei jeder Vp. Fälle gibt, bei welchen sie überhaupt nicht vorkommen, beweist ihren Charakter als Begleiterscheinungen und spricht ihnen eine Notwendigkeit ab.

Was für einen Sinn haben dann die anschaulichen Inhalte beim Verstehen einer Operationskopula? Was die Worte: Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren oder Plus, Minus, Mal und die Operationszeichen: +, −, × und : anbelangt, so meine ich, insoweit alle diese Zeichen in der Darbietung enthalten sind, haben sie den Charakter des Vermittelns genau so wie die Zeichen für die Zahlenauffassung, und insoweit können sie die logischen Zeichen sein, welche eine Bedeutung tragen, insoweit aber diese Inhalte nach dem Verstehen der Operationskopula auftauchen, können sie auch nur den Charakter einer Begleiterscheinung einer nicht notwendigen Ergänzung oder einer Veranschaulichung haben.

Was aber die anderen anschaulichen Bewußtseinsinhalte: Richtung nach oben, unten, rechts oder links, die verschiedenen räumlichen Schemata für die einzelnen Operationen und die sprach-motorische Vorbereitung anbelangt, so ist ihnen nicht dieselbe Bedeutung zuzuschreiben wie den ersten. Sie sind keine konventionellen Zeichen und tragen ja nicht denselben anschaulichen Charakter, sie stehen enschieden näher der Lösungsart der Aufgabe, sie sind Schematen für die auszuführende Operation und als solche sind sie nur als Folgeerscheinung des eingetretenen Verstehens der Operationskopula anzusehen. Eine solche Auffassung erklärt uns z. B. das häufige Auftreten der Richtung während der akustischen a, b, O Reihe bei Vp. A (S. 66). Die Zahlen waren aufgefaßt, und nun mit dem Verstehen der Operation trat auch die Richtung auf, die den Sinn hat, die relative Größe des Endresultates anzudeuten.

Das wichtigste Charakteristikum der aufgefaßten Operationskopula ist aber die Art, auf welche die Zahlen aufgefaßt werden, nämlich als

1) Eckhardt, a. a. O. S. 1—28.

in einer bestimmten Operationsbeziehung zueinander stehend. Die gemäß dieser Operation sich vollziehenden Beziehungssetzungen der einzelnen Zahlen oder Zahlenteile während des Ausrechnens verraten eine Auffassung der funktionellen Bedeutung dieser Zahlen. Dieser letzte Punkt bezieht sich eigentlich nicht nur auf die Operationsauffassung sondern auf die Auffassung der ganzen dargebotenen Aufgabe und erklärt das Zustandekommen der einzelnen Operationsprozesse, die wir im nächsten Kapitel beschreiben wollen.

Kapitel IV.

Die Lösung der Aufgaben.

§ 18. Die Additionskomplexe.

Unsere Aufgabe wird hier darin bestehen, durch die Protokolanalyse die einzelnen einfachen Rechenprozesse festzustellen und dieselben durch die Beschreibung der Vp. näher zu charakterisieren. Der zweckmäßigste Weg dafür erscheint mir die isolierte Beschreibung der 4 Rechenoperationen. Die einzelnen Rechenkomplexe können ihrer Einfachheit gemäß wieder eingeteilt werden und am natürlichsten erscheint es mir, wenn man mit den einfachsten Additionskomplexen anfängt.

1. Die einfachste Art der vorgekommenen Additionskomplexe sind die, welche gebaut sind wie etwa $43 + 30$ oder $50 + 36$ d. h. Aufgaben von dem allgemeinen Typus $(10x + a) + 10y$ oder $10x + (10y + a)$. Dabei sind x, y und $a < 10$. Worauf die Leichtigkeit solcher Art Aufgaben beruht, ist einleuchtend; man kann, wie das allgemeine Resultat, $10(x + y) + a$, zeigt, ihr Resultat sofort aussprechen, da der Einer einfach aufgenommen werden kann und nur der Zehner nachgebildet zu werden braucht. Wie verfahren die einzelnen Vp. dabei?

Die Vp. A gab in der Regel ein Bewußtsein der Leichtigkeit und des Gleichaussprechenkönnens an, welches sich an die Zahl vom Typus 10x knüpfte. So z. B. bei der Aufgabe: „Addieren, 50, 32“ (akustisch) sagte sie. „. . . Der erste Eindruck war der der Leichtigkeit, Bewußtsein es in einem Zug machen zu können, geknüpft an 50 . . . Ich sprach aus 2, das war eine einfache Reproduktion der gehörten 2. aber mit dem Bewußtsein, daß sie zum Resultat gehört und fuhr dann langsam fort „und 80“. Unterdessen war die Beziehungssetzung von 5 und 3 erfolgt, ohne daß ich von diesen etwas gesehen oder gehört hätte. Auch 80 hatte ich, bevor ich sie aussprach, nicht innerlich gehört“ (0,8).

Die Vp. B gibt bei der optischen Aufgabe „Addieren, 20, 28“ an: „. . . Von den Zahlen fiel die Null auf, und ich wußte damit, daß die Grundzahl 20 ist, worauf die andere zu zählen ist. Die 8 war einfach von hier abgenommen, abgelesen und um zwei Stufen höher geschoben und dann gleich 4 gesprochen“ (1″).

Vp. C, Aufgabe: „40 + 37“ (opt.) „Die Erkennung des Additionszeichens gab mir das Bewußtsein, daß diese Aufgabe leicht zu lösen war, und ebenso auch die Null und dann gleich gesprochen, ohne das Resultat innerlich abzuwarten, 77, wobei eine Hervorhebung derjenigen Ziffer, die für die Zehner zu addieren waren“ (1,4″).

Vp. D „43, 30, addieren“ (optisch): „Die Addition schien mir selbstverständlich, die Zahl 73 habe ich gleich und zwar durch Beziehungssetznng von 4 und 3 . . .“ (1,4″).

Vp. E. „43 + 30“ (optisch). „Das war eine ganz mechanische Addition; 0 und 3, 4 und 3 waren überschaut als Einer resp. Zehner. Das Resultat war nicht optisch gegeben“ (2″).

Vp. F. „50, 36, addieren“ (akustisch) „. . . Es stand mir zunächst fest, daß es ein Sechser an der zweiten Stelle stehen sollte und dann nach der richtigen Zehnerreihe gesucht, und ich habe 50 und 30 addiert; so bin ich zu 86 gekommen . . .“ (1″).

Vp. G. „50, 36, Addieren“ (akustisch) „. . . Ich habe dann 5 und 3 angesehen (die Vp. hatte optische Bilder von 50 und 36) mit dem Bewußtsein, daß die Endziffer des Resultates schon fertig ist, sobald ich die linken habe[1]). Das optische Vergleichen von 5 und 3 brachte sofort eine optische 8 ins Bewußtsein; dann las ich die Antwort ab von dem Ort im Schema, 6 las ich von 36 ab“ (1,4″).

Man sieht aus diesen Beispielen, daß die Eigentümlichkeiten dieses Additionskomplexes, die wir oben angedeutet haben, auf irgend eine Weise der Vp. gegenwärtig waren. Das verrät eine Auffassung der Zahlen ihrer funktionellen Bedeutung nach. Es fällt ohne weiteres auf, daß die Zahlen eine mehr ziffernmäßige Auffassung erfahren; Größeneindruck wird von ihnen selten angegeben. Bei den a, b, O Reihen stellt sich gewöhnlich eine Tendenz zu addieren ein, bevor die Addition mitgeteilt wurde, wobei gleichzeitig auch die charakteristische Auffassung eine Rolle mitspielt, indem nämlich die Tendenz durch das Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung der Zahlen bedingt oder bestärkt wird. Die allgemeine Regel des Berechnens ist fast immer wirksam und mehrmal als Regelbewußtsein gegenwärtig. Die rechnerischen Beziehungssetzungen sind in der Regel zwischen den Darbietungszeichen bewußt oder richtiger gesagt, die in Beziehung gesetzten Zahlen sind nur durch die Darbietungszeichen repräsentiert. Aber auch sekundär beteiligte Sinnesgebiete mischen sich oft ein (Vp. G).

2. An zweiter Stelle kommen in Betracht als nächstleichte Additionskomplexe die von dem Typus $(10x + a) + (10y + b)$, wobei $a + b$, sowie $x + y < 10$, d. h. solche, bei denen die Summe der Einer der beiden Summanden nicht die Zahl 9 übersteigt und das Resultat der ganzen Aufgabe nicht über 100 hinausgeht. Das einfachste Verfahren bei solcher Art Aufgaben wäre, wie das allgemeine Resultat $10(x + y) + (a + b)$ zeigt, wenn die Summe der Einer als Einer und die Summe der Zehner der beiden Zahlen als Zehner des Resultates ausgesprochen werden.

1) Das hängt mit dem englische Aussprechen der Zahlen zusammen.

Auch die Tatsache, daß man auf Deutsch erst die Einer aussprechen muß, führt in der Regel zur Bildung erst der Einer und dann der Zehner, so daß man ruhig immer mit den Einern anfangen kann und, wenn sie weniger als Zehn ergeben, einfach bloß die Summe der Zehner nachspricht. Dagegen, wenn man die Antwort auf eine andere Sprache sagen will, wie etwa auf Englisch, wo man erst die Zehner aussprechen muß, so muß man erst die Einer eine Revue passieren lassen und sich überzeugen, daß sie nichts zu den Zehnern beitragen, dann die letzten aussprechen und wieder zu den Einern zurückkehren, was auch unsere Vp. G immer getan hat. Und wirklich wurde von den Deutschen Vp. gewöhnlich der kürzeste Weg gewählt; eine Beziehungssetzung zwischen den Einern ergibt die Einer und eine Beziehungssetzung zwischen den Zehnern ergibt die Zehner des Resultates. Z. B.

Vp. D. Aufgabe 17 + 21 (optisch) „Ich habe 7 und 1 und 1 und 2 in Beziehung gesetzt und dadurch 38 bekommen . . .“ (2,4″). — Vp. E. Aufgabe „Addieren, 54, 21“ (akustisch) „. . . und als 21 kam, war schon der Gedanke 4 + 1, 5 da und gleich auch die Zahl 75, aber 70 daran ist auch aus einem Gedanken hevorgekommen 5 + 2 . . .“ (2,4″).

Diese Beziehung aber ist nicht immer gleich deutlich im Bewußtsein. Manchmal werden ausdrücklich die optischen Bilder (d. i. Wahrnehmungsbilder oder die Vorstellungen) mit dem Blick angesehen, oder die akustischen Wortbilder mit Aufmerksamkeit fixiert, und damit ist die Additionsbeziehung vollzogen, es kommt damit auch das Resultat. In anderen Fällen aber sagen die Vp., sie hätten nach dem Verstehen der Zahlen etwas gewartet oder gezögert, und das Resultat sei von selbst gekommen. Dabei können die Vp. von einer ausdrücklichen Beziehung zwischen den entsprechenden Zahlen nichts aussagen, oder höchstens sagen sie, sie wissen, woher das Resultat kommt, aber wissen nicht, wie und sagen einfach, es sei von selbst gekommen, sie hätten keine Operation vollzogen.

So z. B. die Vp. B, Aufgabe 52, 1ß, Addieren. „. . . Bewußtsein, das werde ich ohne weiteres machen können ohne „stumpfsinnig“ zu rechnen oder 16 in 10 und 6 zu zerlegen . . . ich wußte, daß es mit 8 endigen mußte und in der nächsten höheren Stufe sein wird, beide gleichzeitig . . .“ (2,2″). — Vp. E, Aufgabe 62 + 16 (optisch). „. . . Es ist so, wie wenn man Eindrücke ruhig wirken läßt und dann kommt das Resultat . . .“ (2,2″).

Es wurde aber nicht immer so verfahren; manchmal wurden die Einer der einen Zahl zu der anderen ganzen Zahl addiert und dann die Zehner, oder die eine Zahl wird als Basis genommen, worüber die zweite als eine Strecke kommt, und dadurch wird auch das Resultat bestimmt. Die Art des Verfahrens hängt hauptsächlich davon ab, wie die Zahlen aufgefaßt worden waren. Wenn z. B. die Zahl im Schema nicht nur als Punkt sondern auch als Strecke bewußt war, wurde auch die zweite als

Strecke weiter oben hingestellt (Vp. F und G). Auch kommt es darauf an ob die Zahlen in ihrer funktionellen Bedeutung deutlich aufgefaßt waren oder nicht. Dafür sind die Aufgaben 44 + 11 und 53 + 35, welche in der akustischen a, b, O-Reihe dargeboten waren, belehrend. Während die Besonderheit der ersteren allen Vp. aufgefallen ist und gewöhnlich eine Tendenz zu dividieren weckte, war die Gleichheit der Ziffer in der zweiten Aufgabe nur selten in voraus bemerkt. Als die Addition als die auszuführende Operation mitgeteilt wurde, gaben ausschließlich alle Vp. das Erlebnis an, was wir mit Bühler Regelbewußtsein bezeichnet haben.

Beispiele: Vp. D. „. . . Bei 44 und 11 habe ich erst gedacht, es wird dividiert und bei Addieren habe ich mir klar gemacht (ohne Worte) die allgemeine Regel, daß bei 11 man nur die beiden Stellen um 1 vergrößert. Ich wußte auch, daß 44 eine mehrfache Addition von 11 ist“ (2,2″). — Vp. F. „Hier hatte ich so ein Regelbewußtsein[1]; ich wußte, wenn eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern um 11 vermehrt wird, entsteht wieder eine Zahl mit gleichen Ziffern. Ich kam gleich auf die Zahl 55 . . .“ (0,6″).

An der Aufgabe 53 + 35 fiel auf, daß sie etwas Besonderes an sich hat, das wurde aber erst nachträglich erkannt als das Resultat fertig und ausgesprochen ward, manchmal schon bevor es ausgesprochen wurde und in anderen Fällen wurde die Gleichheit gar nicht aufgefaßt. Auch bei der optischen Darbietung wurde die Günstigkeit der Aufgabe nicht öfter und leichter bemerkt. Die Vp. G, welche regelmäßig bei allen Aufgaben zuerst die Besonderheit der Einer berücksichtigte, nämlich ob sie über 10 hinausragten, hat hier meistens nur ziffernmäßig gerechnet, d. h. sie hat einfach die Einer und dann die Zehner gebildet, ohne daß die Größe der Sumanden oder des Resultates in voraus ihr bewußt waren. Das war besonders oft bei der optischen Darbietung der Fall, wo sie die Zahlen nicht immer im Schema lokalisiert hatte. Ein solches nur ziffernmäßiges Rechnen haben auch andere Vp. bei dieser Art Additionen angegeben.

Die Aufgabe 62 + 16 wurde manchen Vp. bei jeder der 6 Versuchsreihen dargeboten; es ist merkwürdig, daß einige Vp. sie gar nie als schon dagewesen erkannt haben; nur die Vp. E hat schon in der 3. Versuchsreihe angegeben, sie scheine ihr bekannt, bei der 4. Versuchsreihe erkannte sie sie nicht wieder, wohl aber bei der fünften und sechsten. Bemerkenswert ist es dabei, daß das erste Wiedererkennen erst nach dem Aussprechen stattfand, die letzten zwei aber gleich mit dem Vernehmen der Zahlen.

---

1) Bemerkenswert ist es, daß diese Bezeichnung von dieser Vp. gebraucht wurde, obwohl sie gar nicht mit der betreffenden Literatur bekannt war und also der Name Regelbewußtsein als psychologischer Terminus ihr nicht geläufig war.

3. Die nächst zu besprechenden Additionskomplexe sind die vom Typus $(10x + a) + (10y + b)$, wo $a + b = 10$ ist; das sind Aufgaben, bei welchen die Summe der Einer zehn ist. Das allgemeine Resultat ist $10(x + y) + 10$ oder $10(x + y + 1)$, d. h. man summiert die Zehner und spricht die um zehn höhere Zahl aus. Wie verfahren die einzelnen Vp. dabei? Mit ganz wenigen Ausnahmen ist das erste, was allen bei diesen Aufgaben auffällt das, daß die Summe der Einer zehn beträgt, oder was dasselbe bedeutet — daß das Resultat eine Zehnerzahl, eine runde Zahl ist.

So z. B. Vp. B. Aufgabe 69 + 31 (akustisch). „. . . Dann wollte ich „stumpfsinnig“ rechnen, merkte aber die 9 und die 1 und es schien mir sehr leicht. Und dann dachte ich, ich nehme 69 und 1 dazu und dann noch 30 . . .“; oder Vp. D, Aufgabe: Addieren, 51, 39 (ak.) „. . . Die Addition von 51 und 39 beinahe mechanisch, nur das habe ich mir klar gemacht, daß 9 und 1 eine runde Zahl ergeben und auch die Verwandtschaft von 39 und 40 war mir klar, und dann hatte ich 90 . . .“ (2″).

Diese Besonderheit, daß die Einer eine runde Zahl ergeben, wurde manchmal auf das ganze Resultat übertragen und einmal sogar übertrieben bei der Vp. A, Aufgabe: 36 + 34 (opt.). Als Resultat wurde angegeben 100, dann „pardon 70“. „. . . das erste war 6 und 4 in Beziehung zu einander mit dem Bewußtsein, daß es eine bestimmte runde Zahl gibt und dies Bewußtsein hat sich dann auf die ganze Zahl erstreckt, ich meine die ganze 34 und ich habe 100 ausgesprochen als ob 66 da gestanden hätte. Nach dem Aussprechen Beachtung der ersten Zahl . . . Kontrolle . . .“ (3,0″). — Eine seltene Ausnahme bietet uns die Vp. E mit der Aufgabe 51 + 39 (ak.) „. . . Ich rechnete dann 51 + 30 und dann + 9. Als ich 90 sagte, wußte ich schon, daß man es auf einmal überschauen könnte . . . 51 und 39 habe ich optisch gesehen, auch 90 . . .“ (4,3″). Es ist möglich, daß die Vorperiode, über welche die Vp. uns nichts berichten konnte, nicht normal gewesen war, denn die Vp. sagte: „Ich war von der Addition überrascht, und diese Ueberraschung brachte mit sich ein Besinnen, wie kann ich diese Aufgabe anpacken. Dies Besinnen war ein Hindernis und war schuld daran, daß ich die schlechte Methode wählte“. Und diese Wahl geschah trotz der optischen Bilder der Zahlen, eine Tatsache, welche vor der Annahme warnt, daß die optischen Bilder ausreichend sind, um zur Erkenntnis zu gelangen, daß die Einer der beiden Zahlen zusammen 10 ausmachen. Und wirklich, wie kommen die Vp. auf diese Erkenntnis, daß das Resultat eine runde, eine Zehnerzahl ist? Es ist die Additionsbeziehung, in welche die Einer gesetzt werden, welche jenes Bewußtsein von der funktionellen Bedeutung der betreffenden Zahlen erweckt, und diese Bedeutung charakterisiert schon das ganze Endresultat, bevor es wirklich ausgerechnet war, als

eine Zehnerzahl. In dem zitierten Fall von der Vp. E war eben dieses funktionelle Bedeutungsbewußtsein nicht vorhanden.

Wie die angeführten Protokolle zeigen, kann das Resultat auf verschiedenen Wegen gefunden werden: 1) man benutzt die Tatsache, daß $a + b = 10$ ist und spricht die nächst höhere Zehnerzahl über $10(x + y)$ aus; 2) nicht selten ist auch der Fall zu treffen, wo man den einen Summandus zu der betreffenden Zehnerzahl ergänzte $(10x + a + b)$ oder $10(x + 1)$ und dann die übrige Zehnerzahl dazu addierte. Obwohl diese beiden Wege zu demselben Resultat führen, so sind sie doch von einander etwas verschieden: der erstere ermöglicht ein mehr ziffernmäßiges Rechnen, d. h. man summiert die „Zehnerziffer", geht um eins weiter und spricht sie mit ein-„zig" als Zehnerzahl aus; die summierten Zehnerzahlen sind also nur als Einer mit einander summiert. Der zweite Weg dagegen verlangt gleich eine Zehnerzwischenzahl, welche gewöhnlich als solche, d. h. als zweistellige Zahl in den weiteren Prozeß eingeht und mit einer anderen zweistelligen Zehnerzahl addiert wird. Im ersteren Falle kommt so gut wie kein Größeneindruck vor, im letzteren dagegen sind die Zwischenzahlen auch ihrer Größe nach bewußt.

Die bei allen sechs Versuchsreihen dargebotene Aufgabe $51 + 39$ wurde nur von einzelnen Vp. wiedererkannt, aber nie aus der Erinnerung beantwortet.

4. Die letzten Additionskomplexe sind vom allgemeinen Typus $(10x + a) + (10y + b)$, wobei $a + b > 10$ ist. Sie geben das allgemeine Resultat $10(x + y + 1) + c$. Also die Summe der Einer der beiden Summanden ist größer als 10. Allen Vp. schien es hier schwieriger, sich nach einer bestimmten Regel zu richten, deswegen sehen wir auch eine größere Mannigfaltigkeit des Verfahrens. Das erste aber, was allen auffiel, war eben diese Besonderheit der Aufgabe, daß die Einer mehr als 10 ergeben und also dadurch auch die Addition der Zehner beeinflußt wird. Noch auffallender sind aber für alle Vp. diejenigen Fälle gewesen, deren Zehnersumme über 10 hinausragt oder gerade 10 ist.

Für den letzten Fall sei die Aussage der Vp. A bei der Aufgabe $76 + 36$ (ak.) als Beispiel mitgeteilt. Sie hatte die Zahl 76 optisch und die Zahl 36 nicht optisch vorgestellt. „Die 3 ergab mit 7 Hundert; ein eigentümliches Bewußtsein des vollendeten, des eben ausgefüllten Maßes. Dann addierte ich noch 6 und 6 und sprach darauf 112. Wenn ich sage, ich addierte 6 und 6 so soll das heißen, ich hatte zwei akustische Vorstellungen sechs und sechs nacheinander und wartete, bis mir das Resultat (wieder akustisch) kam".

Für den Fall, wo die Zehnersumme 100 übersteigt, Vp. D. Aufgabe: Addieren, 55, 77 (ak.). „. . . Bei den Zahlen ist mir aufgefallen, daß sie aus gleichen Ziffern gebildet sind und dann noch, daß sie hoch über Hundert hinausgehen (d. h. ihre Summe). Dann ergänzte ich 77 zu 100 und bemerkte, daß dazwischen 23 gehören; und 23 von 55 abgezogen aber nicht als gesonderte Operation, sondern ganz flüchtig . . ." (6,2").

Ueber die Auffassung der Hauptbesonderheit dieser Art Addition spricht die Vp. G sehr charakteristisch bei der Aufgabe: Addieren, 55, 37 (opt.). „. . . Zuerst 55 angesehen und dann 37 und als groß erkannt; ich habe auch damit erkannt, daß die 7 und 5 die Aufgabe komplizieren, weil sie mehr als 10 ausmachen, dann habe ich die beiden Ziffern angesehen, es war auch etwas Sprachmotorisches dabei, 7 abgelesen und 5 (nicht aber 12) war auch sprachmotorisch vorhanden; die gesamte Zahl (12) wurde rechts unten gesehen; dann 5, 3, 8, 9 (sprachmotorisch)[1]) und habe 90 (ninety) gesagt und dann 2 (two) abgelesen . . .“ (3,2″). Die Aussage zeigt noch, daß die Konstatierung der Besonderheit als selbständiger Akt existieren kann und nicht als Folge der ohne dies notwendigen Addition der Einer angesehen zu werden braucht.

Schon diese drei Protokollangaben zeigen uns, wie verschieden das Verfahren bei diesen Additionskomplexen sein kann. Der zweckmäßigste Weg scheint hier der zu sein, daß mit dem Uebersehen der Einer zugleich auch deren Summierung erfolgt, dann Uebersicht der Zehner, konstatieren ob sie 90 ausmachen, wenn nicht, gleich Aussprechen der Einerziffer, Summierung der schon übersehenen Zehner und Aussprechen derselben um 1 vermehrt; wenn die Summe der Zehner über 90 hinausragt, Aussprechen von 100 und dem über 100 hinausragenden Teil mit den Einern. Auch dieser einfachste Weg ist nicht so leicht, wie man sieht. Und die Hauptschwierigkeit liegt hier vor allem darin, daß die Aufmerksamkeit der Vp. auf mehrere Zahlen gerichtet ist und daß damit die Gefahr vorliegt, manche aus dem Bewußtsein zu verlieren oder sie untereinander zu verwechseln. Besonders ist das der Fall bei der akustischen Darbietung, wo die Zahlen nur einmal wahrgenommen werden können. Dieser Weg wurde nur selten eingeschlagen und besonders bei nicht so komplizierten Aufgaben.

So sagt z. B. die Vp. A. Aufgabe 28 + 57 (ak.). „. . . dann ging ich auf 8 zurück und sagte indem ich 7 dazu nahm 5 und etwas zögernd 80; die Additionen 2 + 5 und 15 + 70 waren nicht an besondere Bewußtseinsinhalte geknüpft, sie vollzogen sich während des Zögern“ (3,0″).

Hier sind also die einzelnen Additionen nicht so expliziert, aber doch die der Einer ist ganz deutlich. Es gibt außerdem Fälle, bei welchen die einzelnen Beziehungen bewußt sind aber die einzelnen Additionen für sich gar nicht unterschieden werden.

So erklärt die Vp. C. Aufgabe: Addieren, 55, 37 (ak.). „. . . Wie die Zahlen genannt wurden, eigentlich noch geachtet auf die Zehner; Bewußtsein, daß da 1 dazugesellt werden muß und dann das Resultat angegeben“ (3″). Auf Befragen fügt die Vp. hinzu: „Die Beziehungen zwischen den ersten und den zweiten Einern und den ersten und den zweiten Zehnern sind immer bewußt“.

---

1) D. h. 5 Zehner (von 55) und 3 Zehner (von 35) sind 8 Zehner und 1 Zehner (von 5 + 7 = 12) sind 9 Zehner.

Am meisten aber kommen solche Fälle vor, bei welchen die eine Zahl als Basis genommen wird und zu ihr die Zehner und damit die Einer oder auch umgekehrt, der zweiten Zahl nacheinander hinzugefügt werden.

So Vp. E. Aufgabe: 58, 28, Add. (ak.). „. . . Ich rechnete 58 + 20, 78 und dann „plus 8“ und dann das Resultat ausgesprochen. Das frühere für mich gesprochen“ (5''), oder die Vp. F. Aufgabe: 55, 37, Addieren (ak.). „. . . Ich rechnete 55 und 7 ist 63 und 30 ist 93 . . .“ (2,4'').

Additionskomplexe, bei welchen besondere Momente als günstig aufgefaßt werden konnten, wurden auch gleich ausgenützt; so wurde z. B. die Aufgabe 15 + 16 meistens als 2 × 15 + 1 gerechnet, ohne daß dabei diese Prozesse explizite ausgeführt zu werden brauchten; 66 + 66 wurde gewöhnlich als 60 + 60 und 6 + 6, aber auch als 2 × 66 ausgeführt.

Das interessanteste, was uns diese Additionskomplexe bieten, ist die Art auf welche die hier vorkommenden Zwischenzahlen im Bewußtsein repräsentiert waren. Es sind das Zahlen, welche als Zwischenstationen in dem Prozeß auftreten, so etwa die Zahlen 70 und 16 bei der Aufgabe 58 + 28 oder 30 bei 15 + 16. Es gab Fälle, bei welchen die Vp. direkt sagte, sie hätte diese Zahl sprach-motorisch (Vp. G) oder optisch (Vp. F) oder auch beide zugleich gehabt, aber meistens waren die optischen Bilder nur ganz blaß und nur als Begleiterscheinungen, auf welche sich die Vp. nicht stützen konnte. In den meisten Fällen aber war für diese Zwischenzahlen keine angebbare sinnliche Repräsentation vorhanden, die Zahl war im Bewußtsein gewesen als diejenige Zahl, welche durch diese bestimmte Addition erhalten wird. Zu einer auf solche Weise bestimmten Zahl wird eine zweite hinzugefügt, oder von ihr wird um eins weiter gezählt. Auch die Zahl 1, die von der Summe der Einer zu der der Zehner hinzugesellt werden sollte, war sehr selten anschaulich repräsentiert. Solche Zahlen, welche keine sinnliche Repräsentation im Bewußtsein aufweisen und auf welche die Vp. nur bezogen war, haben wir als intendierte Zahlen bezeichnet und deren Vorhandensein im Bewußtsein als Intention. Wenn wir nun zu bestimmen suchen, auf welche Weise die in Additionsbeziehung gesetzten Zahlen im Bewußtsein repräsentiert werden können, so werden wir im allgemeinen dreierlei unterscheiden: 1) Additionsbeziehungen zwischen anschaulich repräsentierten, 2) zwischen einer anschaulich und einer durch Intention bestimmten und 3) zwischen nur intendierten Zahlen.

5. Unsere Tabelle VIII gibt die Reaktionszeit für je eine resp. zwei Aufgaben der vier unterschiedenen Additionstypen wieder und zwar nur für die Vp. D und E bei den gewöhnlichen (a, O, b) akustischen und optischen Versuchsreihen. Schon diese wenigen Aufgaben geben

klar zu erkennen, daß die Reaktionszeit für den ersten und vierten Typus sehr weit voneinander liegen aber auch die für den ersten gegenüber dem zweiten resp. dritten, sowie die für den ersten, zweiten und dritten gegenüber dem vierten heben sich ziemlich deutlich voneinander ab. Die Reaktionszeit für den zweiten und dritten Typus sind hier

Tabelle VIII.

Additionskomplexe.

Vp.	Versuchsreihe	I. Typus	R.Z.	II. Typus	R.Z.	III. Typus	R.Z.	IV. Typus	R.Z.
D.	a,O,b akustisch	43+30 = 73	2,0	62+16 = 78	2,4	51+39 = 90	6,0	54+39 = 93	6,0
						18+22 = 40	4,0	28+57 = 85	6,2
E.	„ „	43+30 = 73	1,4	62+16 = 78	2,0	51+39 = 90	6,4	54+39 = 93	9,4
						18+32 = 40	3,0	28+58 = 85	9,8"
D.	„ optisch	43+30 = 73	4,0"	62+16 = 78	2,6	51+39 = 90	2,0	55+37 = 92	2,6
		40+37 = 77	1,6	17+21 = 38	2,4	36+34 = 70	3,2	79+18 = 97	8,8
E.	„ „	43+30 = 73	2,0	62+16 = 78	2,2	51+39 = 90	2,0	55+37 = 92	2,8
		40+37 = 77	1,2	17+21 = 38	3,0	36+34 = 70	2,0	79+18 = 97	7,0

nicht sehr deutlich voneinander zu unterscheiden und es ist schwer zu sagen, welche von den beiden größere Reaktionszeiten verlangen. Das könnte nur durch eine größere Anzahl von Aufgaben zu einer Entscheidung gebracht werden. Innerhalb des ersten Typus kann die Zehnerzahl einmal als erster und dann auch als zweiter Summandus genannt werden; ob im ersten oder im zweiten Fall die Lösung eine leichtere ist, können wir nicht sagen, da dafür nicht genug Beispiele von einem und demselben Typus bei einer und derselben Versuchsreihe vorliegen.

Es ist bei allen vier Typen eine Addition zu vollziehen zwischen zwei zweistelligen Zahlen; nun sind aber die einzelnen einfachen Additionen innerhalb der Lösung der verschiedenen Komplexe verschieden schwierig, ich möchte sagen, verschiedenartig. Bei dem ersten Typus haben wir nur in den Zehnern eine einfache, nicht über zehn hinausragende Addition und bei den Einern nur ein Wiederaufnehmen von einer Zahl. Bei dem zweiten Typus haben wir in Einern und Zehnern je eine für sich vollziehbare einfache Addition. Im dritten sind schon die beiden Einzeladditionen verschiedenartig und es kommt noch etwas Neues hinzu. Wir haben hier 1) eine Ergänzung zu 10 in den Einern,

2) eine einfache Addition in den Zehnern und 3) ein Weiterzählen um 1 bei den Zehnern. Im vierten Typus ist die Addition in den Einern nicht eine einfache. weil sie ein Resultat ergibt, das über 10 hinausragt und damit eine Erschwerung bedingt; es kommt hier ein Weiterzählen um 1 bei den Zehnern vor, welches durch die Eineraddition bedingt ist.

Die Addition mit Hinausragen über 10 wird von manchen Vp. für die Zahlen 7, 8 und 9 als Siebener-, Achter- und Neunerschritt bezeichnet. Der Siebenerschritt ist charakterisiert durch eine Zerlegung der zusummierenden Zahl 7 in zwei Teile, von welchen der eine die erste Zehn erfüllt und der andere als Resultat über 10 nur benannt zu sein braucht. Der Achterschritt kommt in zwei Formen vor: 1) als Zerlegen in zwei gleiche oder ungleiche Teile, die dieselbe Funktion haben, wie die Teile der zerlegten 7 bei dem Siebenschritt und 2) als Vorwärtsgehen um 10 und Zurückgehen um zwei; da wird gleich als Resultat die um zwei verminderte aber um 10 höher stehende Region genannt. Z. B. Vp. A, Aufgabe 49, 18, Addieren (ak.). „. . . und vollzog dann (nachdem die Zahl 59 gefunden war) den Achterschritt: ich hörte 7, sprach sie aus und bin um 10 höher gegangen . . .“ Der Neunerschritt, der am häufigsten vorkommt, ist ähnlich der zweiten Art des Achterschritts, nämlich zehn vor und eins zurück.

Wenn wir nun die einfachen Additionskomplexe nach ihrer Leichtigkeit anordnen wollen, so haben wir: 1) Weiterzählen um eins; 2) Additionen mit Resultat unter 10, hierunter fallen auch die Additionen, bei welchen der eine Summandus Null ist; 3) Additionen mit Resultat 10; 4) Additionen mit Resultat über 10; 5) Siebener-, Achter- und Neunerschritte, die eine Modifikation der Addition über 10 darstellen. Die einfachen Additionsprozesse, sowie die Additionsschritte näher zu beschreiben und zu untersuchen, ist Aufgabe des zweiten Teils dieser Arbeit.

§ 19. Die Subtraktionskomplexe.

1. Entsprechend dem ersten Additionstypus sehen die leichtesten Subtraktionskomplexe wie die Aufgabe 72 — 40 und 78 — 48 aus, sind also vom allgemeinen Typus $(10x + a) - 10y$ und $(10x + a) - (10y + a)$ mit den entsprechenden Resultaten $10(x - y) + a$ und $10(x - y)$, dabei ist $x > y$. Wie die allgemeinen Resultate zeigen, besteht die Lösung im ersten Falle in einem Wiederaufnehmen der Einer und Bildung der Differenz zwischen den Subtrahendus- und Minuenduszehnern; im zweiten Falle genügt die Differenz zwischen den betreffenden Zehnern zur Be-

rechnung des Resultates. Und die Leichtigkeit wird davon abhängen, ob man die Einer der beiden Zahlen in ihrer richtigen funktionellen Bedeutung aufgefaßt hat. Das ist in der Regel der Fall gewesen. Die Eigentümlichkeiten dieser Subtraktionskomplexe sind allen Vp. aufgefallen und haben immer ein Bewußtsein der Leichtigkeit und ein Wissen, wie die Aufgabe zu lösen ist (Regelbewußtsein), verursacht.

Beispiele: Vp. D, 65 — 35 (opt.). „Ich habe bemerkt beim Ueberblicken, daß die letzten Steilen übereinstimmen und damit war mir klar, daß es eine runde Zahl gibt . . .“ Vp. C, 83, 50, Subtrahieren (opt.). „. . . da habe ich die Operation gleich ausgeführt mit dem Bewußtsein, daß die beiden Zahlen des Subtrahendus kleiner sind als die des Minuendus und gleich 33 ausgesprochen“.

Die Erkennung der Besonderheit ist hier mit der Auffassung der Einerziffer verbunden und nicht etwa mit der Auffassung der absoluten Größe der Zahlen, deshalb kann auch hier die Lösung oft eine ziffernmäßige sein analog wie bei den Additionen.

Als eine Seltenheit ist die Aufgabe 65 — 35 (opt.) bei der Vp. A zu betrachten, in so weit die funktionelle Bedeutung der Zahlen nicht aufgefaßt wurde; sie sagte: „. . . Die Bedeutung der Subtraktion wurde nur durch eine Richtung nach unten repräsentiert, dann hörte ich 35, dabei war die 5 von der ersten Zahl wieder aufgenommen, die 30 war konstruiert durch eine Beziehungssetzung von 6 und 3; dazu haben nur die optischen Symbole gedient. Dann sprach ich 30 aus, nachdem ich die zweite 5 nochmal fixiert hatte . . .“ (2,8″). Es ist also hier auch die Identität der gesehenen und gehörten 35 nicht aufgefallen.

Daß die Auffassung der Gleichheit der Einer in den beiden Zahlen nicht die funktionelle Bedeutung der Zahlen ausmacht und daß dafür auch die Operationsbeziehung eine Rolle spielt, zeigt die Aufgabe: 78, 48, Subtrahieren (ak.) bei der Vp. B, wo die funktionelle Bedeutung erst mit der Auffassung der Operation eingetreten war, wie das überhaupt bei den a, b, O Reihen der Fall war, wenn sich keine Subtraktionstendenz eingestellt hatte „. . . Die Gleichheit der Einer sofort erkannt, dachte aber zuerst ‚das bringt keine Erleichterung‘, nachdem ich mir doch klar machte, was eigentlich durch die Operation verlangt wird, ging es mir auf, daß man hier nur die Zehner in Betracht zu ziehen braucht“ (Regelbewußtsein). So lange also die Zahlen nicht in Subtraktionsbeziehung zueinander standen, war auch das Bewußtsein, wie man zu verfahren hat, nicht gegeben. Die Vp. C gibt bei derselben Aufgabe an: „. . . Fixiere die Zahlen im optischen Felde so, als ob sie untereinander gestellt werden, und erlebe dann ein intuitives Aufblitzen: ‚es geht leicht, man braucht nur die Zehner zu subtrahieren‘ und dann hatte ich auch das Resultat und sprach es aus ohne Vorsprechen oder Sehen oder

Hören . . ." (2"). Die Fixierung bringt die Beziehung der Subtraktion und damit auch das Bewußtsein davon, was man zu tun hat, die funktionelle Bedeutung.

Für den Fall, wo der Minuendus eine Zehnerzahl ist, gilt dasselbe, nur scheint diese Besonderheit leichter aufzufallen, deshalb sehen wir auch den Prozeß hier rascher verlaufen (Tabelle IX) und oft sagt die Vp. es sei so rasch vor sich gegangen, daß sie gar nichts darüber angeben kann, doch weiß sie, daß diese Leichtigkeit in dem Minuenden begründet war.

Die Subtraktionsbeziehung zwischen den Zehnern, die ja hier bei diesen Subtraktionskomplexen die Hauptsache ist, wird entweder durch das Fixieren der optischen resp. der akustischen Bilder der betreffenden Zahlen oder durch die räumliche (lineäre) Repräsentation derselben vollzogen. So sagte z. B. die Vp. G, die, wie bekannt ein sehr deutliches optisches Schema als Hilfe für die Auffassung und das Operieren mit den Zahlen hatte, oft, sie hätte das Resultat außerdem (also außer der optischen Vergleichung der Ziffern) als Strecke zwischen den beiden im Schema vorgestellten Zahlen, gesehen. Auch die Vp. A gibt uns bei der Aufgabe 93 — 83 (ak.) an, sie hätte die Zahlen so voneinander abgezogen

```
0|————————————|93
0|—————————|83
```

und nicht etwa so

```
0|————————————|93
   0|—————————|83
```

und sie habe dabei das gezeichnete Schema benützt.. Aehnliche Erlebnisse beschreiben auch die Vp. B und F.

2. Dem zweiten Additionstypus entsprechen die Subtraktionskomplexe von dem allgemeinen Typus $(10x + a) - (10y + b)$, wobei $a > b$ und $x > y$ mit dem allgemeinen Resultat $10(x + y) + (a - b)$. Die Einerstelle des Subtrahendus ist hier größer als die des Minuendus, so daß das leichteste Verfahren dasjenige ist, bei welchem die Differenz der Einer gleich als Einerstelle des Resultats und die Differenz der Zehner als Zehnerstelle desselben ausgesprochen wird. Dafür muß selbstverständlich die Besonderheit des Komplexes und deren funktionelle Bedeutung für die Lösung der Aufgabe aufgefaßt werden. Und wirklich die Aussagen der Vp. lauten wie die folgenden.

Vp. B, Aufgabe: 79, 38, Subtrahieren (ak.). „. . . Mit der Subtraktion erkannte ich, daß 9 und 8 sehr gut zusammen passen und daß es 1 gibt". Vp, C. 98, 33, Subtr. (opt.). „Die Subtraktion ausgeführt, indem ich wußte, daß beide Zahlen (Stellen) des Subtrahendus kleiner sind als die des Minuendus.

Wenn die funktionelle Bedeutung aufgefaßt wurde, folgte die Subtraktionsbeziehungssetzung erst zwischen den Einern, die Differenz wurde gebildet und dann nach einem Zögern, Warten oft mit Fixieren die Differenz zwischen den Zehnern gefunden. So sagt die Vp, D, 79,

38. Subtrahieren (opt.) „Dann habe ich meine Aufmerksamkeit auf die 9 und 8 gelenkt, 1 herausbekommen und dann von 7, 3 abgezogen und 4 bekommen“. In den anderen Fällen, wo die funktionelle Bedeutung nicht so deutlich zum Bewußtsein kam, wurde die Subtraktionsbeziehung erst bei den Zehnern und dann bei den Einern gesetzt und vollzogen. Und zwar sind die in Beziehung gesetzten Zahlen entweder durch die Darbietungszeichen durch optische resp. akustische Vorstellungen im Bewußtsein repräsentiert. Die Beziehung zwischen den akustischen Wahrnehmungsbildern wird uns von der Vp. A angegeben. Z. B. bei der Aufgabe 67, 43, Subtrahieren (ak.) „. . . Subtrahieren verstand ich mit Hilfe einer Richtung nach unten. Dann bildete ich 20 und dann 4 als Ergebnis der entsprechenden Beziehungssetzungen, dabei habe ich die früher gehabten Zahlenvorstellungen nicht noch einmal reproduziert, mit Ausnahme von 7 und 3, wodurch ich zu 4 gekommen war . . .“ (4,8″). Wenn die Beziehungssetzung an optisch repräsentierten Zahlen ausgeübt wird, geschieht das durch Hinsehen, Fixieren oder wie die Vp. C sagt „durch einen beziehenden Blick“. Die Vp. G hat gewöhnlich die in Beziehung gebrachten Einerziffern zweimal überschaut. Das hatte den Sinn, daß durch das erste Ueberschauen die Ueberzeugung gewonnen wurde, ob die Einer des Minuendus kleiner sind als die des Subtrahendus; und erst das zweite Ueberschauen bildete die Differenz zwischen ihnen. Dies mag wieder mit der Besonderheit des Englischen zusammenhängen.

Es ist aber nicht immer so, daß die Zehner und die Einer der beiden Zahlen isoliert in Beziehung zu einander gesetzt werden, sondern oft werden von dem ganzen Minuendus die Zehner des Subtrahendus und von dem erhaltenen Zwischenresultat die Einer des Subtrahendus abgezogen. — Wie weit das Sprechen bei diesen Beziehungssetzungen eine Rolle spielt, haben die Vp. nicht zu sagen vermocht.

Die besonderen Aufgaben wurden von den einzelnen Vp. auf recht verschiedene Weise gelöst. Eine solche Aufgabe war 88, 66, Subtr. (ak.). Die Vp. A hatte das Resultat durch ein Bewußtsein der Parallität der Ziffern und durch den Größeneindruck von den beiden Zahlen bestimmt. Die Vp. B bildete Differenz zwischen den Zehnern und durch die Bewußtheit, daß die Sache in den anderen Stellen analog ist, das Resultat ausgesprochen bevor es wirklich ausgerechnet war. Die Vp. C hatte ein Regelbewußtsein und wußte, daß man nur einmal zu subtrahieren braucht. Die Vp. D hatte das Resultat ausgesprochen bevor sie die Subtraktion gegenwärtig hatte. Die Vp. E rechnete $(8 \times 11) - (6 \times 11) = (2 \times 11)$. Die Vp. F hatte die Regel gegenwärtig „gleichziffrige Zahlen subtrahiert, ergeben gleichziffriges Resultat“. Und die Vp. G gibt an, sie hätte nur einmal $8 - 6$ gerechnet, aber sie wisse

nicht genau, wie es kam. Daß hier fast bei allen Vp. ein Regelbewußtsein vorlag, ist sehr wahrscheinlich; natürlich nicht bei allen dasselbe.

3. Die Aufgaben wie $70-27$ also vom Typus $10x-(10y+a)$ mit dem Resultat $10(x-y-1)+(10-a)$ entsprechen den Additionskomplexen vom dritten Typus. Die Besonderheiten derartiger Aufgaben bei der akustischen sowie bei der optischen Darbietung fallen in der Regel allen Vp. gleich auf und bedingen ein Bewußtsein der Leichtigkeit oder der Eigenartigkeit der Aufgabe. Die Vp. hatte dabei den Eindruck das Resultat auf einmal, mit einem Ruck aussprechen zu können; es ging aber gewöhnlich nicht, denn sie mußte erst die Zehnerstelle des Resultates durch die Bildung der Differenz zwischen den beiden Zehnern und um 10 zurückgehen, ausrechnen. Nicht immer aber wurden zuerst die Einer gebildet, sondern oft wurden die Zehner in Subtraktionsbeziehung zueinander gesetzt und erst dann die Einer des Subtrahendus abgezogen. Bemerkenswert ist, daß die Einer des Subtrahendus von 10 abgezogen werden und daß diese 10 gewöhnlich nur gedacht sind, d. h. die Vp. ist nur auf 10 bezogen, sie ergänzt die Subtrahenduseiner zu 10 ohne daß dabei diese 10 selbständig auf irgend eine Art sinnlich repräsentiert waren, es ist eine Art intuitives Auftauchen eines Teils von dem Resultat. Z. B. die Vp. C. Subtrahieren, 70,27 „... dann wurde 7 von 10 abgezogen ... aber das war nur ein Wissen von 10“. Es gab aber auch Fälle, wo das ganze Resultat auf einmal kam. Die Vp. hatte gar nicht gerechnet, sie wußte aber, daß es keine akustische Assoziation war, wodurch das Resultat kam, wie das etwa der Fall sein kann bei 7×8 (Vp. A.). Ein ähnliches Auftreten des Resultates liegt vor, wenn die Vp. sagt: „Ich wußte, daß das Resultat auf 3 endet [1]) schwankte aber zwischen 43 und 53“ (Aufgabe $70-27$) und erst durch $70-20$ wird die richtige Zahl bestimmt, indem die 50 bewußt wird. Diese 50 tritt dann so lebhaft ins Bewußtsein, daß sie als Resultat imponiert und das Bewußtsein, daß für die Einer schon ein Zehner verbraucht worden ist, zurückdrängt. Dabei brauchten alle Zwischenzahlen nicht anschaulich im Bewußtsein repräsentiert zu sein.

1) Merkwürdig ist es, daß die auf solche Weise gewonnenen Zahlen, welche nicht immer anschaulich im Bewußtsein repräsentiert sind, eine größere Gedächtnisdauer haben. Eine ähnliche Erscheinung ist es, wenn die Vp. von einer Zahl sagt, sie hätte sie festgelegt, festgehalten und später, wenn sie notwendig ist, benutzt, ohne daß sie von neuem reproduziert zu werden brauchte; sie „greift zurück“ auf die schon dagewesene Zahl aber ohne Reproduktion. Eine andere Art von Festhalten ist es, wenn die Vp. die gehörten Zahlen mit besonderer Aufmerksamkeit beleuchtet, wobei diejenigen Vp., welche ein Zahlenschema haben, immer die Zahl auch im Schema festlegen, und diejenigen Vp., welche sich willkürlich erzeugter optischer Vorstellungen bedienen, sich bemühen, die festgehaltenen Zahlen deutlich zu sehen.

Bemerkenswert ist es noch, daß die Differenz zwischen den Zehnern auch durch ein Abschätzen der Distanz zwischen den beiden Zahlen oder durch das Verhältnis der Größeneindrücke derselben gewonnen werden kann. In solchen Fällen sowie beim intuitiven Auftreten des Resultates, tritt nach dem Aussprechen desselben ein Zweifel auf, ob das Resultat richtig ist, der durch Kontrolle, welche in wiederholter Ausführung der Aufgabe oder in Umkehrung derselben besteht, d. h. in einer Addition des Resultates mit dem Subtrahendus, beseitigt wird.

4. Die letzte Art von Subtraktionskomplexen ist wie die Aufgabe 83 – 49 vom Typus $(10x + a) - (10y + b)$ wobei $x > y$ und $a < b$. Sie ergeben das allgemeine Resultat $10(x - y - 1) + c$. Es liegen hier dieselben Schwierigkeiten wie bei den entsprechenden Additionskomplexen vor. Die Vp. G. oft auch die Vp. B. haben ausdrücklich die besondere Ungünstigkeit dieser Art Subtraktionen in besonderen Bewußtseinsakten konstatiert; den anderen Vp. scheint es auch aufgefallen zu sein, ohne daß eine besondere Reflexion vorausgegangen wäre, wie bei den Vp. B. und G. Die Schwierigkeit verursachte noch einen häufigeren Gebrauch des innerlichen Sprechens, eine Tatsache, welche den Vp. A., B., E. und G. besonders aufgefallen war. Ausgenommen die Vp. G., welche erst die Einerstelle des Resultates bildete und dann dessen Zehnerstelle, obwohl für das englische Aussprechen der umgekehrte Weg günstiger und ökonomischer ist, sind alle anderen Vp. in der Regel umgekehrt verfahren. Sie haben nämlich zuerst von dem Minuendus die Zehner des Subtrahendus und dann von der erhaltenen Zwischenzahl die Einer des Subtrahendus abgezogen. Z. B. 51 – 27 wird gewöhnlich so gelöst: 51 – 20 = 31; 31 – 7 = 24. Bei der akustischen Darbietung hat sich dabei die Vp. A. der akustischen Wahrnehmungsbilder oder der Reproduktion derselben oder selbstgesprochener und gehörter Zahlwörter bedient. So sagt sie bei dieser Aufgabe in der akustischen a, b, O-Reihe „. . . Dann hörte ich 30 als Ergebnis einer Beziehungsetzung der 5 und 2 in dem Sinne des Nachuntengehens, dann hörte ich 31 und vollzog den Siebenschritt nach akustischer Aufnahme der 7; ich habe es nochmal gehört; das war eine einfache Reproduktion des vorhin gehörten. Dies Zurückgehen vollzog sich nicht etwa in der Zehnerreihe 30—20 sondern ich hatte es zunächst nur mit 11 und 7 zu tun . . .“ (4,8″). Die Vp. B., G. und F. dagegen hatten außer der Fixation der im Schema gesehenen Zahlen noch ausdrücklich gesprochen: „51 weniger 20 (ist) 31“ mit besonderer Betonung der „Eins“. Nur die Vp. D. konnte nicht angeben, ob sie innerlich gesprochen hatte, wußte aber, daß Zwischenzahlen vorhanden waren.

Das Subtrahieren der Einer wird, wie in dem oben zitierten Fall

der Vp. A. häufig unabhängig von der Gesamtzahl für sich nur an der um 10 vergrößerten Einer ausgeführt; und das beweist dann, scheint es mir, daß die Lösung aus einfachen Prozessen sich zusammenstellt.

Auch bei der optischen Darbietung kommen dieselben Schwierigkeiten wie bei der akustischen vor; auch hier genügen nicht die optischen Bilder um das richtige Resultat zu gewinnen. Man benötigt und bedient sich auch hier des innerlichen Sprechens.

Die bei der Addition erwähnten Sieben-, Acht- und Neunschritte begegnen uns mit inverser Bedeutung bei den Subtraktionskomplexen des letzten Typus, sind auch hier besonders ausgeprägt bei der Vp. A.

Die Vp. D. hatte die Aufgabe: Subtrahieren, 51,27 gelöst, indem sie sich der Tatsache bediente, daß 25 um 2 kleiner ist als 27 und 51 um 1 größer als 50, sodaß das Resultat 24 ist (10″); und bei der Aufgabe: Subtrahieren, 91,39 (ak.) kam sie durch die Ueberlegung: 91 um 1 größer als 90, 39 um 1 kleiner als 40, auf das Resultat 52 (3″). Die Vp. E. fand bei der Aufgabe Subtrahieren, 84,48 (ak.) das Resultat dadurch, daß $84 = 14 \times 6$ und $48 = 8 \times 6$ also $(14 \times 6) - (8 \times 6) = 6 \times 6 = 36$ (3,2″). Diese Beispiele geben mir das Recht, zweierlei zu betonen: 1) daß auch recht komplizierte Denkakte beim Rechnen vorkommen können, im Gegensatz zu jenen Prozessen, die unsere Vp. durch die Bezeichnung „automatisches“ Rechnen zu charakterisieren pflegen; 2) daß die Art der Zahlenauffassung bei der Lösung der Aufgabe eine große Rolle spielen kann.

Tabelle IX.

Subtraktionskomplexe.

Vp.	Versuchsreihe	I. Typus	R.Z.	II. Typus	R.Z.	III. Typus	R.Z.	IV. Typus	R.Z.
D.	a,O,b akustisch	72 − 40 = 32	2,0	79 − 38 = 41	2,2	70 − 27 = 43	2,2	71 − 47 = 24	4,4
		87 − 30 = 57	1,4			40 − 28 = 12	3,0″	51 − 27 = 24	11,0
E.	„ „	72 − 40 = 32	1,6	79 − 38 = 41	5,4	70 − 27 = 43	2,4	71 − 47 = 24	5,2
		87 − 30 = 57	2,8			40 − 28 = 12	2,8	51 − 27 = 24	6,6
D.	„ optisch	72 − 40 = 32	1,6	79 − 38 = 41	3,0	70 − 27 = 43	2,4	51 − 27 = 24	4,4
		65 − 35 = 30	2,0	58 − 42 = 16	1,8	90 − 77 = 13	4,0	38 − 19 = 21	3,4
E.	„ „	72 − 40 = 32	1,0	79 − 38 = 41	3,2	70 − 27 = 43	1,4	51 − 27 = 24	6,0
		65 − 35 = 30	2,0	56 − 42 = 16	2,6	90 − 77 = 13	2,2	38 − 19 = 19	1,4

Die Tabelle IX zeigt ähnliches für die Subtraktionstypen, wie die

Tabelle VIII für die Additionstypen zeigte. Auch hier sind die Reaktionszeiten für den letzten Typus die größten und die für die anderen drei Typen untereinander ziemlich ähnlich, doch darf das nicht als endgültige Entscheiduug gelten, da uns nur einzelne Fälle zur Verfügung stehen. Wenn man die Tabellen VIII und IX mit einander vergleicht, so wird man kaum sagen können, welche der beiden Operationen eine größere Reaktionszeit beansprucht und die Meinung Ranschburgs [1]), die Subtraktion sei schwieriger, was er aus den Reaktionszeiten ableitet, scheint sich in unserem Fall nicht zu bestätigen.

5. Wenn wir nun die einzelnen Operationsprozesse, die bei den einzelnen Subtraktionskomplexen vorkommen, miteinander vergleichen, so wie wir das bei der Addition gemacht haben, so werden wir auch hier die entsprechenden Unterschiede finden und die inversen einfachen Operationsprozesse der Subtraktion herausanalysieren können: 1) Zurückzählen um 1, 2) Subtraktionen ohne Uebergehen in die untere Zehn, 3) Subtraktion von 10, 4) Subtraktion mit Uebergehen in die nächste Zehn und 5) Sieben-, Acht- und Neunsubtraktionsschritte als Modifikation der letzten Subtraktionsart. Die Subtraktionen mit dem Resultat 10 resp. 0 gehören vorläufig zu der Subtraktion ohne Uebergehen in die nächste Zehn. Auch diese einfachen Operationsprozesse zu untersuchen ist Aufgabe des zweiten Teils dieser Arbeit.

§ 20. Die Multiplikationskomplexe.

Die zur Lösung gegebenen Aufgaben der Multiplikation waren in der Regel von dem Typus $a(10x + b)$ mit dem Resultat $10y + c$, wobei $a, b, c < 10$ und die Größe von x sich zwischen 0 und 4 bewegte, sodaß nur selten das Resultat über 100 hinausging. Nur eine Aufgabe wurde mit zwei zweistelligen Zahlen gegeben, konnte aber leicht durch eine einfache Reduktion den allgemeinen Typus annehmen; die Aufgabe war 13×20. Die Reihenfolge des Multiplikandus und Multiplikators wurde variiert, d. h. es wurde die kleinere Zahl manchmal zuerst genannt und manchmal umgekehrt. Im allgemeinen war die letztere Reihenfolge angenehmer; manche Vp. konnten sogar nicht rechnen, wenn die einsilbige Zahl voran stand und kehrten die Aufgabe um.

Wie die einzelnen Vp. bei der Lösung der Multiplikationsaufgaben verfahren, können wir uns an einem einzigen Multiplikationskomplex klar machen, z. B. 27×3.

a) Das umständlichste Verfahren wäre und ist auch bei unseren

1) Ranschburg, a. a. O. S. 11.

Versuchen das gewesen, daß die Vp. innerlich sprechend so rechnet: 3 mal 20 ist 60, 3 mal 7 ist 21, 60 und 21 sind 81 und die letztere Zahl entweder erst innerlich für sich und dann laut oder gleich laut als endgültiges Resultat ausspricht. Solcher Art mit den verschiedensten Modifikationen ist das Verfahren der Vp. B. und G. Die hauptsächlichsten Modifikationen bestehen: 1) in der Auslassung mancher Worte, etwa der Multiplikationskopula „mal“ oder des Gleichheitszeichens „ist“: 2) man spricht bei den Beziehungsetzungen der Zehner Einerzahlen, meint aber damit Zehner, etwa anstatt 3×20, 3×2 oder anstatt $60 + 20$, $6 + 2$; 3) man berechnet erst die Einer und dann die Zehner; 4) alle vorkommenden Zahlen werden zugleich optisch vorgestellt und beim Beziehen fixiert, und zwar von der Vp. G. entweder im speziellen Multiplikationsschema oder auch im gewöhnlichem Schema, von der Vp. B. nur im gewöhnlichen Zahlenschema; 5) die Vp. G. ersetzte die bei der Multiplikation vorkommende Addition von 1, 2, 3 und 4 durch einfaches Weiterzählen, wobei sie sich oft auch der Fingerbewegungen bediente. Dies Phänomen des Weiterzählens war bei dieser Vp. so stark ausgeprägt und mechanisiert, daß es sie oft auch dann weiterzuzählen veranlaßte, wenn kein Weiterzählen notwendig war, oder daß sie anstatt um 1, um 2 weiterzählte; 6) manchmal zweifelten die Vp., ob der ganze Prozeß durch Sprechen vollzogen war oder ob nur gewisse Teile davon gesprochen wurden; 7) die Vp. B. konnte oft sicher sagen, daß ein Teilprozeß nur optisch vor sich gegangen war, so brauchen z. B. oft die beiden Multiplikanden nur optisch vorgestellt zu werden; 8) die Multiplikationen werden sprachlich formuliert, aber das Resultat wird nur gedacht, oder nur optisch vorgestellt, oder aber auch umgekehrt, die zu multiplizierenden Zahlen werden optisch vorgestellt, und das Resultat innerlich gesprochen; 9) die Addition von Zwischenzahlen wird nicht immer explizite vorgenommen, d. h. die Vp. braucht dafür nicht eine besondere Reproduktion der beiden zu addierenden Zahlen, sondern die Additionsbeziehung wird zwischen den schon einmal ausgesprochenen Zahlen gemeint und 10) das Endresultat wird erst optisch vorgestellt und dann abgelesen, oder gleich laut ausgesprochen und erst nachträglich optisch vorgestellt.

Wie beschreiben diese Vp. ihre Erlebnisse? Vp. B. Aufgabe, 4×19 (ak.) „. . . Bei $4 \times$ Lust, dann gesprochen 4×10 ist 40, die 40 festgelegt (im Schema) und dann schnell 4×9; es dauerte eine Zeitlang bis ich 36 sagte, wie sie gekommen ist, weiß ich nicht. 40 und 36 festgehalten unter Betonung der 4 und 3, 7 habe ich nicht für sich gesprochen, sondern gleich 76“. Aufgabe: Multipl., 32.2 (ak.) „. . . Gesprochen wurde 2 und 30, damit wußte ich etwas von 60, aber nicht gesprochen und nicht optisch vorgestellt . . . dann 2×7 und dies gleich

von 60 aus eine Stufe höher als 74 ausgesprochen". — Vp. G. Aufgabe: 37,3, Mult. (ak.) „... dann fing ich den Prozeß an beinahe ausschließlich sprach-motorisch: $3 \times 7 = 21$, 3×3, 9, 10, 11 (das ist das Weiterzählen um 2 Zehner, die von $3 \times 7 = 21$ erhalten worden sind); die 1 aus 21 war mir noch im Bewußtsein (21 war vorher im Schema), dann habe ich 111 gesagt; die 3 Ziffern habe ich nicht erst zusammengestellt, sondern gleich ausgesprochen ...". Aufgabe 4,19, Multipl. (opt.) „... das Multiplizieren sprach-motorisch angefangen: $4 \times 9 = 36$ und dann nur noch 4 nicht 4×1 gesagt und endlich 70 gesprochen; die 7 war in diesem Fall optisch vorhanden, bevor ich es sagte, und dann habe ich 6 abgelesen (36 habe ich nämlich optisch behalten). Nachdem ich die Antwort sagte, fiel mir ein, daß die Aufgabe mir bekannt ist ..." (1").

Das Sprechen beim Multiplizieren fehlte nur bei der Vp. D. ganz; sie meinte, sie hätte nicht genug Zeit gehabt, um die einzelnen Prozesse sprachlich zu formulieren; vielleicht aber konnte sie es nur nicht konstatieren, denn die Vp. die wirkliches Sprechen angeben, zeigten nicht so große Zeiten wie sie.

b) Das einfachste Verfahren ist das, bei dem die Vp. das Resultat einfach sagt als das dritte Glied einer Assoziationskette, von welchen die zwei ersten Glieder akustisch oder optisch gegeben sind und das dritte (das Resultat) sich von selbst einstellt, ohne jede rechnerische Tätigkeit seitens der Vp. Solche rein akustischen Assoziationen kommen am meisten bei der Vp. E. vor aber auch bei den Vp. C. und F., selten bei der Vp. A., und sind häufiger bei der akustischen Darbietung, kommen aber gelegentlich auch bei der optischen Darbietung vor. So z. B. Vp E. Aufgabe 27,3, Multiplizieren (ak.) „... Als ich es hörte, kam mir gleich 81 ..." oder 17,5, Mult. (opt.) „... Das Resultat war ganz ohne Rechnen optisch gegeben". Vp. A., Aufgabe 25,4, Multipl. (ak.) „Ich habe es angehört, von den Zahlen keinen absoluten Größeneindruck, sprach es dann a tempo (100) aus; ich kann nichts finden, was dazwischen gelegen hätte".

c) Was zwischen den charakterisierten beiden Extremen liegt, scheint das gewöhnliche Verfahren zu sein. Es ist aber gar nicht einheitlich bestimmbar und beschreibbar, denn es trägt die Färbung der einzelnen Individualitäten sowie der einzelnen Fälle. Während die Vp. A. deutlich angeben konnte, welche Zahlen und auf welche Weise sie zusammengewirkt haben, konnten die Vp. C. und E. nicht sagen, was für eine Repräsentation die einzelnen Zahlen im Bewußtsein hatten; sie wußten, daß gewisse Zahlen während des Prozesses im Bewußtsein waren, daß diese Zahlen aus der Multiplikationsbeziehung dieser und dieser Zahl entstanden waren, aber wie, konnten sie nicht immer sagen. Bei der

Vp. A. waren die einzelnen Multiplikationsbeziehungsetzungen sehr klar; sie sagte gewöhnlich: „ich hörte . . .“ sie hat sich also hauptsächlich der akustischen Bilder bedient und zwar waren es auch hier entweder die akustischen Wahrnehmungsbilder, oder was am meisten der Fall war, ihre eigenen akustischen Vorstellungen in ihrer Stimme. Sie unterschied auch sehr gut, wann sie auf eine Zahl nur bezogen war und dieselbe nicht sinnlich im Bewußtsein hatte, was auch bei den anderen Vp. vorkam. Es gibt im Verlauf dieser Prozesse häufig Zahlen, die weder optisch noch akustisch-motorisch repräsentiert sind. Beispiel: Vp. A., Aufgabe 29,2, Multipl. (ak.) „ . . . Dann griff ich auf die gehörte Zahl zurück und fing an zu sprechen 8, was mit 2 und 9 in Beziehung stand, und vollendete dann 50 ohne Sicherheit, ich hatte nur ungefähr die Stelle in der Zahlenreihe, wo sie liegen mußte“.

d) Von diesen drei Fällen hebt sich ziemlich deutlich noch ein weiterer Fall ab, welcher sich in zwei Momenten von ihnen unterscheidet. Die Vp. sagt das Resultat ohne zu rechnen, doch erklärt sie dabei, es sei keine einfache Assoziation gewesen, sondern vielmehr ein Greifen nach einer schon vorher im Bewußtsein vorhandenen Zahl. Es ist gewöhnlich so: die Vp. sagt das Resultat nicht mechanisch nach dem Anhören oder Ablesen der Aufgabe, sondern sie wartet, und in diesem Warten vollzieht sich etwas, was der Aussage eine gewisse Sicherheit verschafft. Ich möchte ein solches Finden des Resultates als einsichtiges Assoziieren bezeichnen im Gegensatz zu dem rein automatischen und dem in Details bewußten Ausrechnungsverfahren. Es scheint mir jene Lücke zwischen dem mechanischen, rein assoziativen Finden und jenem einsichtsvollen Konstruieren des Resultates auszufüllen und zugleich ein Uebergangsstadium anzudeuten.

Beispiele: Vp. A., Multipl. 12,6 (ak.) „ . . . Einen Moment gewartet und dann ausgesprochen 72, nicht erst innerlich gehört aber auch nicht konstruiert durch Zerlegung der Zahlen, ich kann nicht sagen, daß es eine reine, akustisch-motorische Assoziation war . . .“ Vp. C., Aufgabe 3×17 (ak.) „ . . . Das Resultat 51 sofort ohne Bewußtwerden einer Operation nicht ganz automatisch, sondern es wurde mit Konzentration der Aufmerksamkeit erfaßt“. — Aber noch deutlicher ist es bei der Vp. E., bei welcher mit der Nennung des Multiplikators eine ganze Reihe von Zahlen, die Vielfaches von der gehörten Zahl darstellen, auftauchen, und wenn der Multiplikandus erfahren wird, braucht die Vp. nur die betreffende Zahl herauszugreifen, so z. B. Mult., 22,4 (ak.) „22 nach dem Erfassen der Multiplikation erweckte eine Art Reihe 44, 66, 88, alle waren gegenwärtig, und als 4 kam, gleich 88 gesagt . . .“

Auch von den Multiplikationskomplexen habe ich ein paar Aufgaben in jeder Versuchsreihe wiederholen lassen. Sie wurden nicht von allen Vp. wiedererkannt, vielfach erst in späteren Versuchsreihen. Auf diese Weise wurde ein eigenartiges Lösen der Aufgabe erzeugt, indem das

Resultat einfach aus der Erinnerung kam, was mit denjenigen Fällen verglichen werden konnte, bei welchem das Resultat assoziativ kam. Der Unterschied zwischen diesen beiden Fällen besteht darin, daß beim wiederholten Komplex ein Bekanntheitseindruck das Aussprechen des Resultates begleitete oder ihm vorausging; auch spezielle Erinnerungen an frühere Erlebnisse und Situationen wurden hervorgerufen. Im anderen Fall dagegen wurde das Vernommene einfach durch Sprechen ergänzt.

Besondere Fälle, wie die Aufgabe 13×20 werden auch hier auf recht verschiedene Weise gelöst; $13 \times 2 = 26$ also 260, aber auch $10 \times 20 = 200$ und $3 \times 20 = 60$ oder 10×13 und 10×13; das erste Verfahren kam am meisten vor.

Das Vorkommen der sprach-motorischen Elemente bei den Multiplikationskomplexen scheint deshalb ein häufigeres zu sein, weil die Mechanisierung hier weiter fortgeschritten ist, und weil sie wie bekannt, auf dem sprachlichen Gebiet ihren höchsten Grad zu erreichen pflegt, man lernt ja das Einmaleins auswendig, indem man es wiederholt spricht.

Das Vorkommen der vier verschiedenen Verfahrungsweisen beim Ausrechnen der Multiplikationsaufgaben, die wir oben angeführt haben, können wir nur mit Sicherheit konstatieren, aber die Bedingungen und Umständen, bei welchen sie vorkommen, anzugeben, ist fast unmöglich; wenigstens lassen sich aus dem Material, das uns zur Verfügung steht, nicht mit Sicherheit Regeln formulieren, doch scheint es, daß folgende Momente darauf einen Einfluß haben: 1) Die Aufgabe selbst, welche verschieden leicht oder schwer sein kann. 2) Die Art der Zahlenauffassung, die, wie wir oben § 17, 2 sahen, recht verschieden sein kann. 3) Sonstige Umstände wie Vorbereitung, vorausgegangene Aufgabe, Ermüdung oder Frische der Vp. u. s. w. und endlich 4) allerhand Rechengewohnheiten der Vp.

Wenn wir uns hier nach einfachen Prozessen umsehen, so werden wir: 1) Additions- und 2) Multiplikationsprozesse zu unterscheiden haben. Die ersten sind um eins Weiterzählen oder Additionen mit Resultat unter zehn, welche schon beim zweiten Typus der Additionskomplexe erwähnt wurden; die zweiten sind die einfachen Multiplikationsprozesse, welche beim kleinen Einmaleins vorkommen, deren nähere Untersuchung wir auch in dem zweiten Teil zu unternehmen haben werden.

Was die Reaktionszeiten anbelangt, so zeigen uns die Tabellen 2—7, daß in allen sechs Versuchsreihen die Multiplikationen sich durch eine verhältnismäßig kürzere Reaktionszeit auszeichnen, aber doch sind sie mit den der Divisionsaufgaben verglichen nicht immer kleiner. Das erklärt sich dadurch, daß manche Vp. (C. u. E.) das große Einmaleins

gut beherrschen und die Divisionen oft solcher Art waren, daß sie durch das große Einmaleins ohne weiteres zu lösen waren. So kamen bei der Division in manchen Fällen geringe Reaktionszeiten und auf diese Weise sind auch die arithmetischen Mittel für die Divisionen oft kleiner als für die für Multiplikationen ausgefallen.

§ 21. Die Divisionskomplexe.

Es sind zwei Arten von Divisionskomplexen vorgekommen: 1) Divisionskomplexe, welche als Divisor eine einstellige Zahl haben und ohne Rest aufgehen, also Aufgaben von dem Typus $(10x + a) : b$ mit dem Resultat c; 2) solche, die als Divisor eine ein- oder zweistellige Zahl haben aber nicht ohne Rest aufgehen, also Aufgaben von dem Typus $(10x + a) : (10y + b)$ mit dem Resultat c/d, dabei ist x immer $< y$ und c ist eine ein- oder zweistellige Zahl. Die erstere Art ist natürlich die leichtere und die letztere die schwierigere.

Für die aufgehenden Divisionen, die ja reziprok Formen von Multiplikationen sind, kommen ähnliche Lösungsverfahren in Betracht, wie bei den betreffenden Multiplikationen. Es kommen folgende Fälle vor: 1) Das Resultat kommt ohne weiteres von selbst als Assoziationsglied einer automatischen, akustischen oder optischen Reihe und verlangt keine besondere Tätigkeit seitens der Vp., solche Fälle treffen wir bei allen Vp., sie sind aber besonders oft bei den Vp. C., E. und F. und selten bei A. und D. vorgekommen. Die Vp. B. und G. weisen solche nur bei Divisionskomplexen auf, die invers im kleinen Einmaleins vorkommen. Während das Reproduktionsphänomen bei den Vp. A., C. und F. hauptsächlich auf akustischem oder akustisch-motorischem Wege sich abspielte, war es bei der Vp. E. auch auf rein optischem Wege möglich; sie hat oft bei der optischen Darbietung die dritte Zahl nebenan in derselben Druckschrift gesehen.

Beispiele: Vp. **F.**, Dividieren 57,19 (ak.) „ . . . Das Resultat rein auswendig, assoziativ angegeben“. Sie erklärte weiter, daß das Aussprechen des Resultates ein Weitersprechen, Ergänzen dessen sei, was der Versuchsleiter gesprochen hat. Vp. **C.**, 90 : 15 (ak.) „ . . . Darauf (nach dem Anhören) kam blitzartig 6 (gesprochen)“.

2) Das Resultat kommt nicht durch eine explizierte rechnerische Fähigkeit zustande, wird aber auch nicht aus einer mechanischen Assoziationskette gewonnen, sondern durch ein Uebergehen, durch ein bewußtes Ueberschauen der Zahlenreihe als etwas Bekanntes ausgesprochen, also entsprechend dem zuletzt beschriebenen Falle bei den Multiplikationen gefunden.

So z. B. Vp. **A.** 54,27, Divid. (ak.) „ . . . Ein Moment gewartet, dann leuchtet es mir auf ‚es ist zwei‘. Es war dabei ein Bekanntheitseindruck; aber außerdem ist in

dieser Pause etwas vor sich gegangen das ich nicht näher angeben kann, das die Sicherheit begründete . . .“ Vp. C., 96 : 16 (opt.) „ . . . Sofort das Operationszeichen verstanden, es war mir klar, daß es aufgeht; und dann habe ich nach einem Hin- und Hergehen 6 gesagt“.

Hierher zu rechnen sind auch diejenigen Fälle der Vp. E., wo sich bei der akustischen Darbietung, wenn sie den Dividendus und die Operation erfahren hatte, alle möglichen Faktoren, die hier in Betracht kommen könnten, einstellten. Mit der Nennung des Divisors wird dann eine bestimmte ihm entsprechende Zahl herausgegriffen und nachgesprochen. Auch bei den a, b, O-Reihen kam Aehnliches vor. So z. B. 98,14 Divid. „ . . . Schon mit 98 wurden die Zahlen 14 und 7 gegenwärtig und als 14 kam, kam auch 7 von selbst (gesprochen) . . .“.

3) Das Resultat wird durch eine besondere rechnerische Operation gewonnen. Hier kommen eine große Anzahl von Fällen, die ich zusammengefaßt angeben möchte: a) Die Einer der zusammengegebenen Zahlen werden miteinander verglichen und das ergibt ohne weiteres mit Sicherheit das Aufgehen und die Zahl. Die Vp. weiß zwar, warum es erschlossen werden kann, daß es aufgeht, hätte aber keine Kontrolle, wenn sie keine Multiplikation vorgenommen hätte um sich zu vergewissern, daß es wirklich aufgehen muß, und daß diese und nicht eine andere Zahl das Resultat ist. Nur ist diese Multiplikation nicht explizite im Bewußtsein nachzuweisen. Die Vp. spricht das Resultat mit großer Sicherheit aus.

Beispiel: Vp. G, 98 : 14 (ak.) „ . . . Ich habe mir die 8 und 4 angesehen und wußte schon, daß es aufgeht und sagte 7“.

b) Die Vergleichung wird mit dem Bewußtsein unternommen, daß damit eine Zahl gewonnen werden soll, mit welcher der Divisor oder nur dessen Einer eine Zahl ergibt, welche dieselben Einer hat wie der Dividendus; dann wird mit der auf solche Weise gefundenen Zahl die inverse Multiplikation entweder ganz oder nur teilweise vollzogen, bis eben die notwendige Sicherheit erreicht wird.

Beispiel: Vp. D., 81,27, Divid. (ak.) „ . . . Wie ich dann 7 und 1 beachtete an 3 gedacht und dann 3 × 2 ist 60 und 3 × 7 ist — also 81“.

c) Es kommt gleich eine Zahl ins Bewußtsein, die als wahrscheinliches Resultat nicht die notwendige Sicherheit hat, deswegen wird mit ihr eine Probe gemacht, wenn es nicht stimmt, wird es mit der nächst höheren oder der nächst niedrigen Zahl probiert u. s. w. bis eine Zahl kommt, die die nötige Anforderung erfüllt. Inwieweit die unternommenen Multiplikationen ausgeführt werden, und in welcher Weise, ist nicht immer angebbar. Doch liegt hier im wesentlichen dasselbe vor, was wir bei den Multiplikationen beschrieben haben. Die Probezahl aber kommt nicht immer von selbst, sondern wird von der Vp. mit der Absicht, zu

probieren, nach gewisser Erwägung aus den Zahlen, die hier in Betracht kommen könnten, herausgegriffen, sodaß die Vp. manchmal sagen kann, warum sie diese gewählt hat. Manchmal ist allerdings ein bewußter Grund dafür nicht angebbar.

Beispiel: Vp. G., Divid. 78,13. „... Ich kam auf 4; mit 4 probiert, sah daß es zu klein ist; weil eine so große Differenz dazwischen war, habe ich gleich mit 6 multipliziert; gesprochen aber nur 6 × 3 ist 18 und weiter nicht ...“

4) Die nicht ohne Rest aufgehenden Divisionsaufgaben werden auf recht verschiedene für jede Aufgabe oft spezifische Weise gelöst. Es kommen aber Besonderheiten vor, die eine Erwähnung verdienen: a) Gleich mit dem Ansehen der Aufgabe wußte die Vp., daß diese Aufgabe nicht aufgeht. b) Es fällt der Vp. „ein“, daß eine gewisse Zahl unterhalb der gegebenen durch den Divisor teilbar ist und zwar auch durch welche Zahl. Damit wird auch gleich der Rest gewonnen.

Beispiel: Vp. F., 52 : 17 (ak.). „Sofort Bewußtsein, daß die Division nicht aufgeht; eine Erinnerung, daß in der Nähe von 52 eine Zahl vorkommt, die mit 17 aufgeht, ich habe 51 als diese Zahl erkannt ...“ Vp. G., 50 : 12 (opt.). „Ich habe sofort unter 50 48 gesehen als die für 12 passende Zahl, dann sagte ich 4 und 2/12 oder 1/6.

c) Die Vp. nimmt die Zahl für teilbar an und rechnet bis die Enttäuschung eintritt.

d) Die Vp. kann nicht gleich mit Bestimmtheit erkennen, ob die Zahl ohne Rest teilbar ist, sucht durch Vergleichung der Einer es festzustellen oder greift gleich zum sichersten Mittel des Probierens mit einer bestimmten, wahrscheinlichen Zahl.

Beispiel: Vp. B., 88 : 29 (opt.). „Einen Moment eine Hoffnung, es gehe auf; dann 9 und 8 — gibt nichts ... dann mit 3 probiert und auch 3 × 2, 60, 3 × 9, 27, 87, dann: habe ich mich nicht verrechnet? ist es nicht 88? nur einen Moment, dann sehr befriedigt, daß es nur um 1 verschieden ist ...“

Die Divisionsaufgaben zeigen eine relativ größere Unsicherheit bei der Lösung als alle anderen Aufgaben; sie wurden auch als die unsympatischen angesehen. Fehler werden hier mehr begangen, als bei allen anderen Aufgaben. Ein Beispiel wird zeigen, welcher Art die Fehler sind:

Vp. F., 80 : 15 (ak.). „Ich war geneigt zu sagen 5, weil ich wußte, daß 5 in 80 aufgeht, dann fiel mir ein ‚das heißt nicht 16 sondern 15‘ und dann besann ich mich, ob es überhaupt mit 15 aufgeht, dann dachte ich ‚die Divisionen sind immer aufgehend und jetzt muß es aufgehen‘ und sagte 6“.

Die hier vorkommenden Operationsprozesse sind die uns schon bekannten Multiplikations-, Additions-, bezw. Subtraktionsprozesse. Einen selbständigen Divisionsprozeß konnten wir nicht feststellen, deshalb werden wir im zweiten Teil nur die einfachen Additions-, Subtraktions- und Multiplikationsprozesse zu untersuchen haben.

§ 22. Schluß.

Die eingangs dieser Untersuchung gestellten Frage „was der erwachsene Mensch beim Kopfrechnen erlebt“ glaube ich insoweit beantwortet zu haben, als einmal die beim Auffassen und Ausrechnen der dargebotenen Aufgabe vorkommenden Bewußtseinsinhalte aufgezählt wurden und daß ferner gezeigt wurde, wie die einzelnen Operationsprozesse aneinander gereiht werden. Zusammenfassend ist noch einmal folgendes hervorzuheben:

Das besondere Verhalten der Vp. während des Rechnens ist charakterisiert durch jenes Bestreben zu rechnen.

Die Art des Auffassens der Zahlen ist sehr verschieden und von großem Einfluß auf die Prozesse der Aufgabenlösung. Wichtig ist auch die Art, wie die Operationsbeziehung zum Bewußtsein kommt. Wir lernten die eigenartige Auffassung der Zahlen ihrer funktionellen Bedeutung nach kennen. Bei den Additions- und Subtraktionsaufgaben beobachtet man gleich die Besonderheiten, die für die Lösung der Aufgabe von Wichtigkeit sind, und nützt sie aus.

Auch bei den Multiplikations- und Divisionsaufgaben konnten wir das wiederfinden.

Unsere Additions- und Subtraktionsprozesse stellen sich uns dar als vielfach recht verwickelte, manchmal kunstvoll abgekürzte, fast immer aber leicht verständliche und übersehbare Komplexe aus den wenigen einfachen Additions- und Subtraktionsprozessen, die wir aufzählen konnten. Sie tragen größtenteils den Charakter des Systematischen, Wohlgeordneten an sich. Doch kann von einer ganz einfachen gesetzmäßigen Aufeinanderfolge der aufgezählten Bewußtseinsinhalte bei einer bestimmten Rechnungsart keine Rede sein. Denn nahezu jede Aufgabe besitzt in dieser Beziehung einen eigenen Charakter; daß aber Aehnlichkeiten in dem Verfahren bei den einzelnen Typen von Operationskomplexen zu beobachten sind, haben wir schon an den betreffenden Stellen erwähnt.

Bei der Multiplikation treten die akustischen, seltener optischen Assoziationen des Einmaleins in den Vordergrund, machen aber bei weitem nicht alles aus. Es kommen einfache Additionen hinzu, und auch das denkende Konstruieren spielt eine beträchtliche Rolle. Viel

weniger einheitlich, abgehackter, zufälliger sehen die Divisionsprozesse aus. Einen einfachen Divisionsprozeß gibt es gar nicht. Wir finden nur, daß einfache Multiplikationen und Additionen (und ganz sporadisch auch Subtraktionen) zu einem Komplexe zusammentreten. Keine einfache Regel ordnet diesen Komplex; vielfach ist das ganze ein tastendes, mehr oder minder geschicktes Probieren.

Die Häufigkeit und Wichtigkeit der beim Auffassen und Ausrechnen der Aufgaben vorkommenden Bewußtseinsinhalte gedanklicher Art sind deswegen besonders zu betonen, weil ihre Konstanz eine größere ist als die der Bewußtseinhalte anschaulicher Art, welche als vermittelnde und zum Behalten der Zahlen dienende, aber nicht als die das Rechnen selbst allein ermöglichenden Inhalte anzusehen sind. Für das Ausrechnen genügen, manche Fälle von Multiplikations- und Divisionsaufgaben ausge nommen, jene Beziehungsetzungen, welche ja gedanklicher Art sind. Durch sie wird das Rechnen als eine Art des Denkens charakterisiert.

Daß noch andere Erlebnisse da und dort beim Rechnen vorkommen, kann man aus den angeführten Protokollen ersehen. Viele von ihnen sind ihrem Wesen nach sehr kompliziert. Ich möchte von diesen an erster Stelle das Schließen hervorheben, welches manchmal die Form eines Syllogismus annimmt. So schloß in dem gerade zitierten Fall die Vp. aus der Tatsache, daß in der Regel nur ohne Rest aufgehende Divisionen vorkommen, auf das Aufgehen dieser Aufgabe. Es liegt hier ein Prozeß vor, der den logischen Wert eines Schließens besitzt, aber der Prozeß geht nicht explizite vor sich. Aehnlich oder vielleicht noch komplizierter liegt der Fall mit anderen Erwägungen oder Ueberlegungen, z. B. der, welcher von zwei möglichen Wegen einzuschlagen sei. Deshalb will ich hier nur die Tatsächlichkeit solcher Prozesse betonen ohne sie besonders zu klassifizieren; sie bilden einen weiteren Beleg dafür, daß das Rechnen eine Art des Denkens ist.

An zweiter Stelle sind die besonderen Willensakte zu erwähnen, welche bei der Ueberwindung einer in der Vor- oder Hauptperiode aufgetretenen Operationstendenz zum Vorschein kommen; man denke an die Vp. B., D. und E, welche schon in der Vorperiode oft eine Operation antizipierten und an die Tendenzerscheinung bei den a, b, O-Versuchsreihen. Wir haben uns hier nicht die Aufgabe gestellt, die Willensakte näher zu untersuchen. Im übrigen stellen sich natürlich alle von uns untersuchten Rechenprozesse als komplizierte Willensvorgänge dar.

An dritter Stelle sind die Organempfindungen und die Gefühle zu erwähnen. Mit den ersteren meine ich diejenigen Empfin-

dungen, welche bei den verschiedenen Kontraktionen der Gesichts-, Augen-, Kehlkopf-, Brust- u. a. Muskeln vorkamen. Sie wurden selten angegeben (häufiger von den Vp. B., E. u. G); eine nähere Auskunft über sie habe ich nicht verlangt, da die anderen Bewußtseinsinhalte mir wichtiger erschienen. Die Gefühle sind meist als Lust oder Unlust, als Befriedigung oder unangenehme Ueberraschung angegeben worden. Sie verdienen deshalb eine Erwähnung, weil sie durch ihren aktiven Charakter eine Verlangsamung der Denkprozesse zu bewirken scheinen. Aber eine Regelmäßigkeit ist auch hier wegen der geringen Anzahl von Fällen nicht festzustellen.

Lebenslauf.

Ich, Botju Schanoff, bin geboren am 10. Januar 1885 a. St. zu Gabrowo (Bulgarien) als Sohn des Gerbers Ivan Schanoff und seiner Frau Pena, geb. Boneff. Ich bin griechisch-katholischer Konfession. Das Reifezeugnis erhielt ich am 20. Juni 1903 a. St. an dem staatlichen Knaben-Gymnasium „Aprilow" (Realabteilung) zu Gabrowo. Im nächsten Jahre wurde ich als Volksschullehrer angestellt. Nach zwei Jahren bestand ich das Staatsexamen und verbrachte noch ein Jahr als fest angestellter Volksschullehrer. Ich war immatrikuliert von W.-S. 1906/07 bis S.-S. 1907 in Leipzig, von W.-S. 1907/08 bis S.-S. 1909 in Würzburg, von 1909/10 bis S.-S. 1910 in Bonn und beschäftigte mich hauptsächlich mit Philosophie.

Ich hörte Vorlesungen bei den Herren: Barth, Brahn, Lange, Steindorff, Volkelt, Weigand, Wundt, Boveri, Bühler, v. Frey, Külpe, Schanz, Sobotta, Staehlin, Stöhr, Stölzle, Benecke, Dyroff, Ludwig, Straßburger und Voigt.

Allen meinen Lehrern sage ich meinen herzlichsten Dank.

Insbesondere fühle ich mich den Herren Külpe und Bühler zum Dank verpflichtet.

Die mündliche Promotionsprüfung bestand ich am 27. Juli 1910.



